BLOQUE 1: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

1. Representa los siguientes conjuntos numéricos:
   a) $(-3, -1)$ b) $[4, +\infty)$ c) $\{x/-2 \le x < 5\}$
   d) $[-2, 5) \cup (5, 7]$ e) $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$ f) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

2. Halla: a) $|-11|$ b) $|\pi|$ c) $|-\sqrt{5}|$ d) $|0|$ e) $|3 - \pi|$

3. Averigua para qué valores de x se cumplen las siguientes relaciones:
   a) $|x| = 5$; b) $|x| \le 5$; c) $|x - 4| = 2$; d) $|x - 4| \le 2$; e) $|x - 4| > 2$

4. a) Expresa en forma de intervalo los números que verifican $|x - 4| \le 2$
   b) Expresa en forma de entorno los números que verifican $|x - 4| \le 2$
   c) Representa gráficamente los números que verifican $|x - 4| \le 2$

5. Escribe en forma de intervalo y representa en la recta real los siguientes conjuntos numéricos:
   a) $|x| < 5$ b) $|x + 2| \le 2$ c) $\{x \in \mathbb{R}/-3 \le x < 5\}$

6. ¿Puede afirmarse que la suma de dos números irracionales es otro irracional? Pon un ejemplo.

7. Expresa en forma de intervalo los números que verifican $|x - 3| \le 1$

8. Dado el número áureo $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, comprueba que $\Phi^2 = \Phi + 1$

9. En un reloj que mide el crecimiento de la población mundial, observo que aumentó en 518 personas en 30 minutos. Si se mantiene ese ritmo de crecimiento, ¿cuándo llegaremos a 7 mil millones? (Población mundial: $6{,}8 \cdot 109$)

10. Una colonia de microbios triplica su población cada dos horas. Al mediodía la colonia tenía un millón de microbios, ¿cuántas horas han de transcurrir para que haya más de 150 millones de microbios?

11. Expresa con un número razonable de cifras significativas las siguientes cantidades:

a) Visitantes anuales a cierta exposición:	1 345 589 personas.
b) Asistentes a una manifestación ecológica:	125 341 personas.
c) Bacterias en 1 dm3 de cierto preparado:	203 305 123 bacterias.
d) Número de gotas de agua que hay en una piscina:	8 249 327 741 gotas.
e) Número de granos en un saco de arena de 50 kg:	2 937 248 granos.

12. Da una cota del error absoluto y otra del error relativo en las cantidades que has expresado en el ejercicio anterior.

13. Opera con la calculadora:
    a) $(3{,}87 \cdot 10^{15} \cdot 5{,}96 \cdot 10^{-9}) : (3{,}941 \cdot 10^{-6})$ b) $8{,}93 \cdot 10^{-10} + 7{,}64 \cdot 10^{-10} - 1{,}42 \cdot 10^{-9}$

14. Simplifica las siguientes expresiones utilizando las propiedades de las potencias

$$a)\ 12^3 \cdot \frac{12^4}{(12^5)^2} \qquad b)\ (a^3)^5 \cdot \frac{a^{-4}}{(a^{-4})^2} \qquad c)\ \frac{\sqrt[3]{x^2} \cdot x^{-3} \cdot 3x}{x^{-5} \cdot \sqrt{x^3}} \qquad d)\ \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^{-2} \cdot b^3}{a^2 \cdot b^{-3}}$$

15. Simplifica las siguientes expresiones con radicales:

$$a)\ \sqrt{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5}} \qquad b)\ \sqrt[5]{\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{7}}} \qquad c)\ \sqrt{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3}} \qquad d)\ \left(\sqrt{\sqrt[3]{7}}\right)^3 \qquad e)\ \sqrt[4]{\left(\sqrt{a}\right)^3 \left(\sqrt{a}\right)^4}$$

16. Realiza los siguientes cálculos con raíces:

$$a)\ 2\sqrt{4x^2y} + 5\sqrt[4]{16y^2} - 21x\sqrt{36y^2} \qquad b)\ 5\sqrt{27} - 2\sqrt{3} + 7\sqrt{16}$$

17. Halla: a) $\log_2 16$ b) $\log_2 0{,}5$ c) $\log_{10} 1\,000$ d) $\log_{10} 0{,}01$ e) $\log_4 64$ f) $\log_7 49$

18. Obtener los siguientes logaritmos con la ayuda de la calculadora: a) $\log_2 1\,500$ b) $\log_5 200$
    c) $\log_{100} 200$ d) $\log_{100} 40$ En cada caso, comprueba el resultado utilizando la potenciación.

19. Calcula el valor de x en estas igualdades: a) $\log 3^x = 2$ b) $\log x^2 = -2$ c) $7^x = 115$ d) $5^{-x} = 3$

20. Sabiendo que log2=0,301 y que log3=0,477 calcula, sin usar calculadora, los siguientes logaritmos:

$a)\ \log\frac{4}{9}$ $\quad b)\ \log\left(0{,}25\sqrt[3]{0{,}3}\right)$ $\quad c)\ \log\left(\frac{1}{\sqrt[3]{16}}\right)$

21. Escribe como un único logaritmo la siguiente expresión:

a) $2(\log a - \log b) + \left(\frac{1}{3}\log a + \log b\right)$ b) $2\log_5(5x) - \frac{3}{2}\log_5 x + \log_5\frac{x}{3}$

22. Demuestra que $\log\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)+\log\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=0,\ \forall x \geq 1.$

23. Que la inflación sea del 2 % anual significa que los precios el 1 de enero de un año son un 2 % superiores a los del 1 de enero del año anterior. Supongamos que un país ha conseguido estabilizar su inflación en un 2 % anual.

a) ¿Cuál será el precio dentro de 10 años de una casa que ahora cuesta 100000 €?

b) ¿Cuantos años han de pasar para que los precios aumenten un 50 %?

24. Halla sin calculadora: $\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{4}\right)^{-2}\left(\frac{1}{3}-\frac{7}{9}\right)^{-1}+4$

25. Simplifica, utilizando las propiedades de las potencias:

a) $\frac{3^6\cdot 2^5\cdot 5^2}{9^3\cdot 4^3\cdot 5}$ b) $\frac{3^4\cdot 16\cdot 9^{-1}}{5^{-1}\cdot 3^5}$ c) $\frac{15^2\cdot 8^{-1}}{6^3\cdot 10^2}$ d) $\frac{a^{-3}b^{-4}c^7}{a^{-5}b^2c^{-1}}$

26. Expresa como una potencia de base 2: a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ b) $(-32)^{1/5}$ c) $\left(\sqrt[8]{2}\right)^4$

27. Una sustancia cuya masa es de 15,39856 gramos se pesa en dos balanzas. La primera marca 15,3589 gramos y la segunda 15,359. Para realizar un experimento se elegirá la balanza que menor error relativo cometa. ¿Cuál de las dos balanzas habrá que elegir?

28. Al pesar a una persona de 74,6 kg se ha obtenido 75kg. Al pesar un kilo de azúcar se ha obtenido 960g. Calcula los errores absoluto y relativo de cada medida e indica razonadamente cuál de las dos es más precisa.

29. Al medir la altura de una persona de 180 cm se ha obtenido 178 cm. Al medir la altura de un edificio de 39 m se ha obtenido 40 m. Calcula los errores absoluto y relativo de cada medida e indica razonadamente cuál de las dos es más precisa.

30. Al medir la longitud de una calle, obtuvimos 1 500 m, con un error absoluto menor que 2 m. Al medir la altura de una habitación, obtuvimos 2,80 m, con un error absoluto menor que 2 cm. ¿Qué medida se hizo con más precisión?

31. Los tiempos de utilización de una red de comunicaciones se redondean por exceso a cuartos de hora. Aproxima de esta forma los siguientes tiempos: 39 min; 80 min; 117 min.

32. Una parcela de 45 m de ancho y 70 m de largo cuesta 28 350 €. ¿Cuánto costará otra parcela de terreno de igual calidad de 60 × 50 m?

33. Dos poblaciones A y B distan 350 km. A la misma hora sale un autobús de A hacia B a una velocidad de 80 km/h y un turismo de B hacia A a 120 km/h. ¿Cuándo se cruzarán?

34. ¿Es posible que una potencia de exponente negativo sea igual a un número entero? Aclaralo con ejemplos.

35. Tres socios aportan 4, 6 y 12 millones, respectivamente, para montar un negocio con la idea de mantenerlo abierto las 24 horas del día. Para compensar las diferencias en la inversión, deciden distribuir las horas de trabajo en relación inversa al dinero aportado. ¿Cuántas horas diarias debe atender el negocio cada uno?

36. Pusimos un capital de 3 600 euros en el banco. Un año después se había transformado en 3 794,4 euros. ¿Qué tanto por ciento ha aumentado?

37. Después de subir un 20%, un artículo vale 45,60 euros. ¿Cuánto valía antes de la subida?

38. Después de rebajarse en un 35%, un artículo vale 81,90 euros. ¿Cuánto valía antes de la rebaja?

39. ¿En cuánto se transforma un capital de 50 000 €, colocados al 12% anual, en 1, 2, 3, 4 y 5 años? ¿Cuántos años se necesitan para que se duplique?

40. Averigua en cuánto se transforma un capital de 100 000 € al 6% anual durante 4 años si los periodos de capitalización son: a) años b) meses c) días d) trimestres

41. Un banco nos concede un préstamo de 10 000 € al 12% anual. En el momento de la formalización nos cobra unos gastos de 500 €. Realizamos un solo pago al cabo de un año, tomando periodos de capitalización mensuales. ¿Cuál es la T.A.E.?

42. Al comienzo de cada año depositamos 6 000 euros en un banco al 7% anual. ¿Cuánto dinero recogeremos al finalizar el 10º año?

43. Averigua la mensualidad que hay que pagar para amortizar en 3 años (36 pagos) una deuda de 24 000 euros al 9% anual.

44. Una entrada de un cine costaba el año pasado 3,30 € y este año 4,10. ¿Cuál ha sido el índice de variación? ¿Y el porcentaje de subida?

45. La cantidad de agua de un embalse ha disminuido en un 35% respecto a lo que había el mes pasado. Ahora contiene 74,25 millones de litros. ¿Cuántos litros tenía el mes pasado?

46. Un banco paga el 10% del dinero que se deposita en él, siempre que se mantenga sin sacar nada durante un año. ¿Cuánto te darán al cabo de un año si depositas 18 500 €? ¿Y si lo dejas durante 5 años sin sacar nada?

47. Halla en cuánto se transforma un capital de 10 000 euros al 5% anual durante 2 años y 3 meses si el periodo de capitalización es: a) Anual. b) Mensual.

48. Un comerciante pide un préstamo de 5 000 euros para devolver en un solo pago a los tres meses. ¿A cuánto debe ascender ese pago si el precio del dinero está al 12% anual?

49. Recibimos un préstamo de 8 500 € al 15% anual, que hemos de devolver en un solo pago. ¿Cuántos años han transcurrido si al liquidarlo pagamos 14 866,55 €?

50. Calcula el importe de la anualidad con la que se amortiza un préstamo de 50 000 € en 5 años al 15%. ¿Y si se paga en mensualidades?

51. Compramos un electrodoméstico de 750 € y lo pagamos en 24 plazos mensuales con un interés del 13%. ¿Cuál será la cuota mensual?

52. Una persona inicia un plan de pensiones a los 45 años, con cuotas mensuales de 200 € al 9% anual, con periodos de capitalización mensuales. ¿De qué capital dispondrá a los 65 años?

53. ¿Qué cantidad debemos invertir al 5% de interés compuesto anual para obtener 30.000 € a los diez años de la imposición?

54. Durante cuántos años debe ingresar la cantidad de 600 € mensuales al 4% anual para acumular un capital de 90.000 €?

55. Factoriza:
a) $x^4 + x^3 - 27x^2 - 25x + 50$ b) $x^3 + x^2 - 32x - 60$ c) $x^3 + 8x^2 + 21x + 18$ d) $x^4 - 10x^2 + 9$
e) $x^3 - 5x^2 + 2x + 8$ f) $x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 8x$ h) $x^4 - 81$

56. Simplifica: a) $\frac{x^3-4x}{x^2-2x}$ b) $\frac{x^2-2x+1}{x^2+2x-3}$ c) $\frac{4x-12}{x^3-7x^2+16x-12}$ d) $\frac{x^4}{x^3+3x^2}$

57. Efectúa estas operaciones:
a) $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}-\frac{3}{10}$ b) $\frac{x}{x-1}+\frac{2x}{x+1}-3$ c) $\frac{x^2-2x+3}{x-2}\cdot\frac{2x+3}{x+5}$ d) $\frac{x^2-2x+3}{x-2}:\frac{2x+3}{x+5}$

58. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $x^4 - x^2 - 12 = 0$ b) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$ c) $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}=\frac{3}{10}$
d) $x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = 0$ e) $x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$ f) $\log x = 2\cdot\log 4$

g) $\log(x+3) = \log 6 - \log(2x+2)$ h) $3^{x+1} = 7$ i) $2^{x^2-1} = 2^4$

j) $175\log(x^2-8) = 0$ k) $\log x^2 - \log\frac{10x-9}{10} = 1$ l) $25\log_x x + \log x = 4$

m) $\log(2x+12) = \log 2 + \log(3x-2)$ n) $5Lx - 4Lx = L3$ ñ) $2^{1-x^2} = 8$

o) $\log_x(x^2+10) - \log_x(x+5) = 1$ p) $\left(4^{3-x}\right)^{2-x} = 1$ q) $7^{3x-2} = \sqrt[3]{49}$

r) $2^{2x+4} - 3\cdot 2^{x+2} + 2 = 0$ s) $5^x + 5^{x-1} = 6$ t) $9^x - 2\cdot 3^{x+2} + 81 = 0$

u) $4^{x+1} - 10\cdot 2^x + 16 = 0$ v) $\sqrt{x+3} + 1 = \sqrt{3x+6}$ w) $\frac{3x-1}{x-2} + \frac{2}{x+2} = \frac{3x^2}{x^2-4}$

x) $\frac{3(x^2-1)}{2-(x^2-1)} = \frac{2+(x^2-1)}{x^2-1}$ y) $\sqrt{5x-1} = 1 + \sqrt{x}$ z) $\frac{2x-3}{x+1} = \frac{2x-5}{1-x^2}$

59. Resuelve estos sistemas de ecuaciones mediante Gauss y clasifícalos:

a) $\begin{cases} 4x + y - z = 7 \\ 2y = 8 \\ 3x = 9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 6 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ x - 2y + z = -3 \\ 2x - y - z = 9 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x - 4y + 3z = 9 \\ 2x + y - 2z = 1 \\ 4x + 3y + 4z = 1 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x + 4y + z = 3 \\ 3x - y + 2z = 1 \\ 2x - 5y + z = -2 \end{cases}$

60. Para la calificación de un curso, se decide que la primera evaluación cuente un 25%, la segunda, un 35%, y la tercera, un 40%. Una alumna ha tenido un 5 en la primera y un 7 en la segunda. ¿Qué nota tiene que conseguir en la tercera para que su calificación final sea 7?

61. Halla tres números consecutivos tales que el cociente entre su producto y su suma es igual a 5.

62. Un padre quiere dejar a sus hijos fortunas proporcionales a sus edades. Al mayor le deja 3,9 millones y 600 acciones, mientras que al menor le deja 200 acciones y 5,7 millones. Calcula el valor de cada acción, sabiendo que las edades respectivas de sus hijos son 7 y 9 años.

63. Una vasija llena de agua pesa 14 Kgs. Si quitáramos el 75% del agua que contiene sólo pesaría 5 Kgs. Calcula el peso de la vasija vacía.

64. Un campo de 121 200 m² se divide en parcelas de dos tipos: de Hectómetro cuadrado y de Decámetro cuadrado de manera que hay el mismo número de parcelas de cada tipo. Se entregan todas las parcelas grandes a un gigante y todas las pequeñas a un enano, ¿cuántos m² recibe cada uno?

65. El número que indicaba la edad de un niño hace 7 años es tal que al elevarlo al cuadrado se obtiene la edad que tendrá dentro de 5 años. ¿Qué edad tiene el niño actualmente?

66. Un agricultor tiene dos jornaleros que ganan lo mismo. Por 50 días de trabajo paga a uno 2352 € y 4 garrafas de aceite. Por 68 días de trabajo paga al otro 3168 € y 8 garrafas de aceite. ¿Cuánto vale la garrafa de aceite?

67. Un grupo de amigos cenan juntos, y a la hora de pagar la cuenta resulta que tres de ellos no tienen dinero, por lo que cada uno de los restantes debe pagar 3,64 € más de los que correspondía. Sabiendo que la cuenta ascendía a 327'60 €, calcula el número total de amigos que han cenado.

68. Un lingote de oro de 0,950 de ley pesa 960 gramos. Se quiere fabricar con él un objeto, pero el artífice reemplaza parte del primer lingote por otro de 0,800 de ley, con lo que resulta que el objeto tiene 0,900 de ley. ¿Cuánto pesaba la parte reemplazada?

BLOQUE 2: ANÁLISIS

1. Representa gráficamente la función y = ax + b, indicando su dominio y recorrido, en los siguientes casos:
   a) a = 0; b = –4 b) a = 3; b = 0 c) a = 3; b = –4

2. Representa gráficamente las siguientes funciones:

   a) $f(x)=\begin{cases} x+3 & \text{si} \quad x\le 0 \\ 5-x & \text{si} \quad x\ge 1 \end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases} x+5 & \text{si} \quad x\le 0 \\ 5-x & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$

   c) $f(x)=\begin{cases} x+5 & \text{si} \quad x\le 0 \\ 2x & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$ d) $y=\begin{cases} x+2 & \text{si} \quad x<1 \\ 3 & \text{si} \quad 1\le x\le 4 \\ 7-x & \text{si} \quad x>4 \end{cases}$

3. Representa gráficamente la función $y=ax^2+bx+c$, (indicando su dominio y recorrido), en los casos:
   a) a = 1, b = –4, c = 0 b) a = 1, b = 0, c = 4
   c) a = 1, b = –4, c= 4 d) a = 2, b= –5, c = 3

4. Indica el dominio de la función

   f(x) = $\begin{cases} -1 & \text{si} \quad x<0 \\ x-1 & \text{si} \quad 0<x<2 \\ x^2-2 & \text{si} \quad x>2 \end{cases}$; represéntala gráficamente y expresa su recorrido.

5. Indica el dominio de las siguientes funciones:
   a) $y=\sqrt{x^2+1}$ b) $y=\sqrt{3-x}$ c) $y=\sqrt{x^2-4}$
   d) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$ e) $y=x^3-2x+3$ f) $y=\dfrac{1}{x^2-9}$

6. En una Universidad, el año 2002 había matriculados 10 400 alumnos, y en el año 2007, 13 200. Estimar cuántos había:
   a) En el año 2003. b) En el 2005. c) En el 2000.
   d) ¿Cuántos cabe esperar que haya en el 2010? e) ¿Y en el 2040?

7. Considera las siguientes funciones:
   a) $y = 3 – 2x –x^2$ b) y = 1/x c) $y = +\sqrt{x}$ d) y = |x| e) y = E(x) f) $y = x^3$
   Estudia en cada una de ellas, si son simétricas, periódicas, acotadas, si tienen extremos relativos y/o absolutos. Expresa los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

8. Dadas las funciones $f(x) = x^2$ y g(x) = x + 2, halla: a) f+g b) f—g c) f/g d)f∘g e) g∘f

9. Halla la correspondencia inversa de las siguientes funciones indicando si son o no funciones:
   a) f(x) = (2x +3)/4 b) f(x) = (3x–2)/(2x+3) c) $f(x) = x^2 –3x+2$

10. Comprueba con el apartado b) del ejercicio anterior que $f\circ f^{-1} = f^{-1}\circ f = i$ (función identidad)

11. Estudia y representa la función $f(x)=\left|x^2-3x-4\right|$

12. Estudia las funciones: a) $y = 3^x$ b) $y = (1/2)^x$ c) $y = 10^x$ d) $y = e^x$

13. Estudia las funciones: a) $y = \log_2 x$ b) $y = \log_{(1/2)} x$ c) y = log x d) y = Lnx.

14. Dada la función $f(x) = \log_2(x–3)$, halla su dominio, su función inversa, y calcula g∘f siendo $g(x) =2^x$

15. El precio de venta de un artículo viene dado por *p* = 12 – 0,01*x* (*x* = número de artículos fabricados; *p* = precio, en cientos de euros).
    a) Si se fabrican y se venden 500 artículos, ¿cuáles serán los ingresos obtenidos?
    b) Representa la función *N-º de artículos-Ingresos obtenidos*.
    c) ¿Cuántos artículos se deben fabricar para que los ingresos sean máximos?

16. El coste de producción de *x* unidades de un producto es igual a $x^2 + 35x + 25$ euros y el precio de venta de una unidad es 50 – *x*/4 euros.
    a) Escribe la función que nos da el beneficio total si se venden las *x* unidades producidas.
    b) Halla el número de unidades que deben venderse para que el beneficio sea máximo.

17. Asistir a un gimnasio durante 6 meses nos cuesta 246 €. Si asistimos 15 meses, el precio es 570 €. ¿Cuánto tendremos que pagar si queremos ir durante un año?

18. Calcula el límite de f(x) = $x^2 + 3$ en x = 1.

19. Calcula el límite de g(x) = $\begin{cases} x^2-1 & \text{si} \quad x<2 \\ 1 & \text{si} \quad x=2 \\ x+3 & \text{si} \quad x>2 \end{cases}$ en x = 2

20. Dada la función f(x) = $\begin{cases} x^2-3 & \text{si}\, x<2 \\ 4x-7 & \text{si}\, x\geq 2 \end{cases}$, halla f(2) y sus límites laterales en ese punto.

21. Determina el valor de k para que la función f(x) = $\begin{cases} x^3+5x & \text{si } x\geq 0 \\ 3x+k & \text{si } x<0 \end{cases}$ sea continua en x = 0

22. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x^2-5x+3}{x^2-5x+4}$ b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x^2-5x+3}{x^3-5x+4}$ c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x^5-5x+3}{x^2-5x+4}$ d) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^2-5x+3}{x^2-5x+4}$

e) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x-2}{\sqrt{x-2}}$ f) $\lim\limits_{x\to 2} \left[\dfrac{1}{x-2} - \dfrac{1}{\sqrt{x-2}}\right]$ g) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^{\frac{3x}{x-1}}$ h) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{2x+1}{5x-3}\right)^{-x+3}$

i) $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(\dfrac{2x+1}{5x-3}\right)^{-x+3}$ j) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2+1}{x-1}$ k) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2+x}{x^2}$

23. Cada una de las siguientes funciones tiene uno o más puntos donde no es continua. Indica cuáles son esos puntos y qué tipo de discontinuidad presenta:

a) $y=\dfrac{x+2}{x-3}$ b) $y=\dfrac{x^2-3x}{x}$ c) $f(x)=\begin{cases} 3 & si \quad x\leq 4 \\ 1-x & si \quad x>4 \end{cases}$

24. Halla el valor del parámetro para que las funciones siguientes sean continuas:

a) $f(x)=\begin{cases} x^2+k & si \quad x\leq -1 \\ -x+k & si \quad -1<x\leq 2 \\ kx^2+2 & si \quad x>2 \end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases} 3x+k & si \quad x<-1 \\ x^2+kx & si \geq -1 \end{cases}$

25. Halla las asíntotas de las siguientes funciones y sitúa la curva respecto a cada una de ellas:

a) $y=\dfrac{2x}{x-3}$ b) $y=\dfrac{2x+3}{4-x}$ c) $y=\dfrac{3x^2}{x+1}$ d) $y=\dfrac{4x^2-3}{2x}$

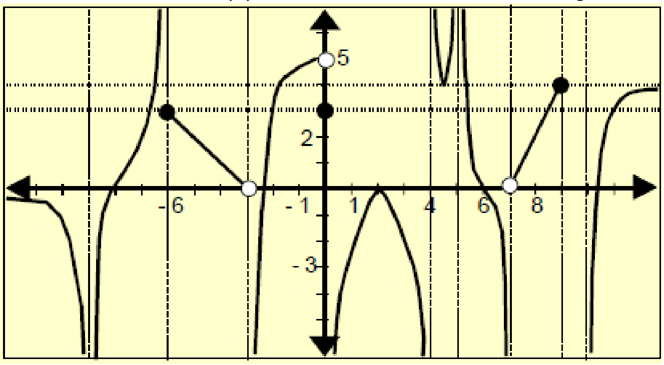
26. En una empresa se hacen montajes en cadena. El número de montajes realizados por un trabajador sin experiencia depende de los días de entrenamiento según la función *M*(*t*) = (*t* en días).
   a) ¿Cuántos montajes realiza el primer día? ¿Y el décimo?
   b) Representa la función sabiendo que el periodo de entrenamiento es de un mes.
   c) ¿Qué ocurriría con el número de montajes si el entrenamiento fuera mucho más largo?

27. Los gastos de una empresa dependen de sus ingresos, x. Así:

$g(x)=\begin{cases} 0{,}6x+200 & \text{si} \quad 0\leq x\leq 1000 \\ \dfrac{1000x}{x+250} & \text{si} \quad x>1000 \end{cases}$ donde los ingresos y los gastos vienen expresados en euros.

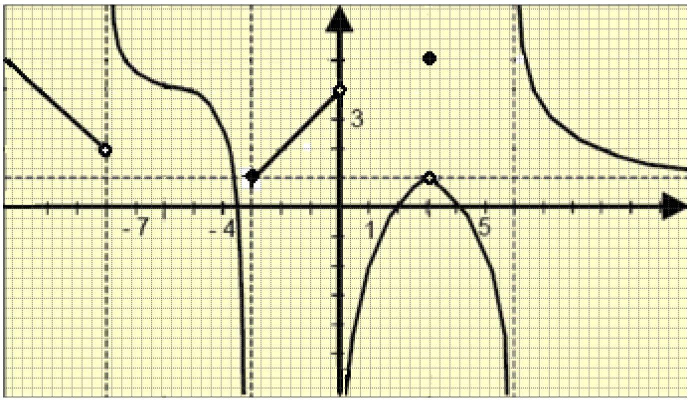
   a) Representa g (x) y di si es función continua.
   b) Calcula el límite de g (x) cuando $x\to\infty$ y explica su significado.

28. Sea la función f(x), definida a trozos, con la siguiente representación gráfica:



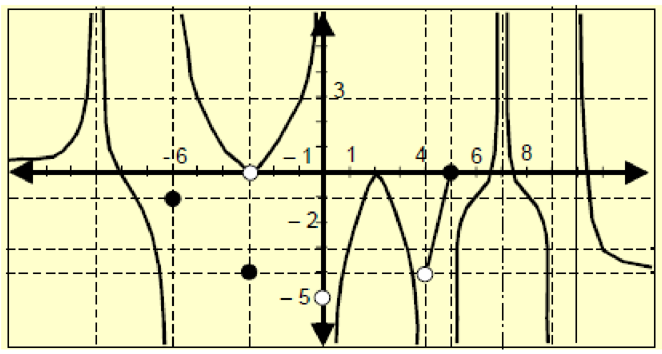
a) Indica el dominio de la función
b) Calcula f(0), f(5), f(6), f(7)
c) ¿Para qué valores f(x) = 3?
d) Ecuaciones de las asíntotas.
e) Estudia el crecimiento.
f) Máximos y mínimos relativos.
g) Estudia la continuidad.
h) ¿Es continua la función en x= 0? En caso negativo indica el tipo de discontinuidad que presenta.
i) Calcula los siguientes límites: $\lim\limits_{x\to -8} f(x)$, $\lim\limits_{x\to -3^+} f(x)$ $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x)$ $\lim\limits_{x\to 7^+} f(x)$ $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ $\lim\limits_{x\to 5^-} f(x)$ $\lim\limits_{x\to -6} f(x)$ $\lim\limits_{x\to 5} f(x)$, $\lim\limits_{x\to -3^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 7^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to -9} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 5^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 10^+} f(x)$

29. A partir de la gráfica de la función f, calcula:



a) Dominio de la función.
a) Dominio de la función
b) Recorrido de la función.
c) Extremos relativos.
d) f(-3)
e) Continuidad.
f) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
g) Asíntotas.
h) Calcula $\lim\limits_{x\to -8} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$
i) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ $\lim\limits_{x\to 6^-} f(x)$ $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$
j) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x\to 6^+} f(x)$ $\lim\limits_{x\to -8^+} f(x)$

30. A partir de la gráfica de la función f, calcula:



a) Indica el dominio de la función
b) Calcula f(-8), f(5), f(-3), f(7)
c) ¿Para qué valores f(x) = 0?
d) Ecuaciones de las asíntotas.
e) Estudia el crecimiento.
f) Máximos y mínimos relativos.
g) Estudia la continuidad.
h) ¿Es continua la función en x= -3? En caso negativo indica el tipo de discontinuidad que presenta.

i) Calcula los siguientes límites:

$\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ $\lim\limits_{x\to -3^+} f(x)$ $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ $\lim\limits_{x\to 7^+} f(x)$ $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$
$\lim\limits_{x\to 4^-} f(x)$ $\lim\limits_{x\to 5^-} f(x)$ $\lim\limits_{x\to -8^-} f(x)$ $\lim\limits_{x\to -9} f(x)$ $\lim\limits_{x\to -5^+} f(x)$
$\lim\limits_{x\to 5} f(x)$ $\lim\limits_{x\to 9} f(x)$ $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x\to 10} f(x)$

31. Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de las siguientes funciones y di si tienen máximo o mínimo:

a) $y = 2x^2 - 8x + 7$ b) $y = \dfrac{x-1}{2x+3}$

32. Halla la tasa de variación media de la función y= x^2 – 1 en los intervalos [–3, 2] y [0, 3].

33. El número de llamadas que reciben en una centralita es $f(x) = 4x - \frac{x^2}{2}$ donde x se expresa en horas y f(x) en miles de llamadas. Calcula el número medio de las llamadas que se reciben entre las 2 y las 4 horas y entre las 4 y las 6 horas. Interpreta los resultados obtenidos en el contexto del problema.
34. Obtener, a partir de la definición, las derivadas de las siguientes funciones:
    a) $f(x) = 3$ para $x = 1$ b) $f(x) = x+2$ para $x = 3$ c) $f(x) = x^2$ para $x = 3$
35. Calcula las derivadas de las siguientes funciones:
    a) $y = 5x^4 - 2x^3 - 3x + 2$ b) $y = x^2.(3x - 2)$ c) $y = (x^2 + 3).(x^2 - x - 1)$
    d) $f(x) = \frac{x^2-3x+4}{3x-4}$ e) $f(x) = \frac{3x^2-6}{x^2+x+1}$ f) $y = (x^2 - 5x + 3)^4$
    g) $y = (3x-2)^5$ h) $y = x^3 + \sqrt{x-1}$ i) $y = x^2$ senx
    j) $y = 3 - 2x^5 - \ln(x) + 2^x$ k) $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x + 1}$ l) $y = \text{Ln}(x^2+1)$
36. Calcula la función derivada de $f(x) = x^3 - 4x^2 + 1$ y halla:
    a) Las pendientes de las rectas tangentes en las abscisas –1, 1 y 3.
    b) Las ecuaciones de dichas rectas tangentes.
37. Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x^2 - 5x + 6$ en el punto de abscisa $x = 2$.
38. Escribe la ecuación de la recta tangente a $y = x^2 + 4x + 1$ cuya pendiente sea igual a 2.

BLOQUE 3: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

1. Para cada uno de los siguientes casos indica:
   - Cuáles son las variables que se relacionan.
   - Cuál es el colectivo de individuos que se estudia.
   - Si se trata de una relación funcional o de una relación estadística.
   - El signo de la correlación.

   a) Familias: estatura media de los padres – estatura media de los hijos mayores de 17 años.
   b) Entre los países europeos: volumen de exportación– volumen de importación (con España).
   c) Entre los países del mundo: índice de mortalidad infantil – número de médicos por cada 1 000 habitantes.
   d) kW · h consumidos en cada casa de una ciudad durante el mes de enero – coste del recibo de la luz.
   e) Coste del recibo de la luz – número de personas que viven en cada casa.

2. Los parámetros correspondientes a esta distribución bidimensional,son: $\overline{X}$ = 4,4 ; $\overline{Y}$ = 4,9 ;σ_{xy} = 3,67 σ_x = 2,77 ; σ_y = 2,31 ; r = 0,57

x	0	1	2	3	3	4	5	6	7	8	9
y	1	4	6	2	4	8	6	5	3	6	9

Halla las ecuaciones de las dos rectas de regresión, X sobre Y e Y sobre X, y represéntalas junto con la nube de puntos.

3. Calcula el coeficiente de correlación entre estas dos variables:

x: ALTITUD	365	450	350	220	150
y: LITROS DE LLUVIA	240	362	121	145	225

4. La media de los pesos de los individuos de una población es de 65 kg y la de sus estaturas, 170 cm. Las desviaciones típicas son 5 kg y 10 cm, respectivamente, y la covarianza de ambas variables es 40.
   a) ¿Cuál es el coeficiente de correlación?
   b) Calcula la recta de regresión de los pesos respecto de las estaturas.
   c) ¿Cuánto estimas que pesará un individuo de 180 cm de estatura?

5. De un muelle se cuelgan pesas y se obtienen los siguientes alargamientos:

x: MASA DE LA PESA(g)	0	10	30	60	90	120	150	200	250	350
y: ALARGAMIENTO (cm)	0	0,5	1	3	5	6,5	8	10,2	12,5	18

   Halla la recta de regresión de Y sobre X y estima el alargamiento que se conseguirá con pesos de 100 g y de 500g. ¿Cuál de las dos estimaciones es más fiable?

6. La siguiente tabla muestra el número de gérmenes patógenos por centímetro cúbico de un determinado cultivo según el tiempo transcurrido:

N.º DE HORAS	0	1	2	3	4	5
N.º DE GÉRMENES	20	26	33	41	47	53

   a) Calcula la recta de regresión para predecir el número de gérmenes por cm^3 en función del tiempo.
   b) ¿Qué cantidad de gérmenes por cm^3 es predecible encontrar cuando hayan transcurrido 6 horas? ¿Es buena esa predicción?

7. En un depósito cilíndrico, la altura del agua que contiene varía conforme pasa el tiempo según la siguiente tabla:

TIEMPO (h)	8	22	27	33	50
ALTURA (m)	17	14	12	11	6

   a) Halla el coeficiente de correlación lineal entre el tiempo y la altura e interprétalo.
   b) ¿Cuál será la altura del agua cuando hayan transcurrido 40 horas?
   c) Cuando la altura del agua es de 2 m, suena una alarma. ¿Qué tiempo ha de pasar para que avise la alarma?

8. En una cofradía de pescadores, las capturas registradas de cierta variedad de pescados, en kilogramos, y el precio de subasta en lonja, en euros/kg, fueron los siguientes:

x (kg)	2 000	2 400	2 500	3 000	2 900	2 800	3 160
y (euros/kg)	1,80	1,68	1,65	1,32	1,44	1,50	1,20

a) ¿Cuál es el precio medio registrado?
b) Halla el coeficiente de correlación lineal e interprétalo.
c) Estima el precio que alcanzaría en lonja el kilo de esa especie si se pescasen 2 600 kg.

9. Sobre un coche nos aseguraban un consumo medio de 6,5 litros por cada 100 km. Durante 10 días realizamos mediciones (litros consumidos y kilómetros recorridos) según la tabla:

x (km)	100	80	50	100	10	100	70	120	150	220
y (l)	6,5	6	3	6	1	7	5,5	7,5	10	15

a) ¿Cuál es la diferencia entre el consumo medio según la tabla y el que nos anunciaron?
b) Halla el coeficiente de correlación lineal y la recta de regresión de Y sobre X.
c) Si queremos hacer un viaje de 500 km, ¿qué cantidad de combustible debemos poner?

10. El consumo de energía "per cápita" en miles de kW/h y la renta "per cápita" en miles de euros de seis países de la U.E. son las siguientes:

	ALEMANIA	BÉLGICA	DINAMARCA	ESPAÑA	FRANCIA	ITALIA
CONSUMO (*y*)	5,7	5,0	5,1	2,7	4,6	3,1
RENTA (*x*)	11,1	8,5	11,3	4,5	9,9	6,5

a) Calcula la recta de regresión del consumo de energía (y) sobre la renta (x).
b) Indica el coeficiente de correlación entre el consumo y la renta.
c) ¿Qué predicción podemos hacer sobre el consumo de energía "per cápita" de Grecia si su renta es de 4,4 miles de euros?

11. La evolución del IPC (índice de precios al consumo) y de la tasa de inflación en 1987 fue:

	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO
IPC	0,7	1,1	1,7	2	1,9	1,9
TASA DE INFLACIÓN	6	6	6,3	6,2	5,8	4,9

a) Calcula el coeficiente de correlación entre el IPC y la tasa de inflación.
b) ¿Se puede estimar la tasa de inflación a partir del IPC ?

12. ¿Qué punto tienen en común las dos rectas de regresión?

13. ¿Qué condición debe cumplir r para que las estimaciones hechas con la recta de regresión sean fiables?

14. ¿Cuál es la probabilidad de obtener 12 al multiplicar los resultados de dos dados correctos?

15. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar dos dados correctos la diferencia de sus resultados sea 3?

16. Tenemos dos urnas. La experiencia consiste en extraer una bola de I, introducirla en II, remover y extraer, finalmente, una bola de II. Calcular la probabilidad de que la segunda bola extraída sea:
a) Roja. b) Verde. c) Negra.

17. Una clase se compone de veinte alumnos y diez alumnas. La mitad de las alumnas y la mitad de los alumnos aprueban las matemáticas. Calcula la probabilidad de que, al elegir una persona al azar, resulte ser:
a) Alumna o que aprueba las matemáticas.
b)Alumno que suspenda las matemáticas.
c) Sabiendo que es alumno, ¿cuál es la probabilidad de que apruebe las matemáticas?
d) ¿Son independientes los sucesos ALUMNO y APRUEBA MATEMÁTICAS?

18. Un estudiante hace dos pruebas en un mismo día. La probabilidad de que supere la primera es de un 60%; la de que supere la segunda, de un 80%, y la de que supere las dos, de un 50%. Se pide:
a) Probabilidad de que supere, al menos, una de las pruebas.

b) Probabilidad de que no supere ninguna prueba.
c) ¿Son las pruebas sucesos independientes?
d) Probabilidad de que apruebe la segunda prueba, en caso de no haber superado la primera.

19. Una comisión de estudios europeos está formada por 3 alemanes, 4 franceses y 4 italianos. A) Se eligen dos personas aleatoriamente, ¿cuál es la probabilidad de que sean alemanas? B) Si se eligen tres personas al azar, ¿qué probabilidad hay de que ninguna sea italiana?

20. De las 15 habitaciones dobles de un pequeño hotel de la costa, 10 tienen baño, mientras que de las 10 habitaciones sencillas, sólo 2 disponen de baño. A) ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar una habitación con baño? B) Si una habitación se sabe que tiene baño, ¿cuál es la probabilidad de que sea sencilla?

21. De una baraja de 40 cartas se sacan dos al azar. Halla la probabilidad de que sean dos reyes.

22. En una caja tenemos dos bolas blancas, una negra y siete rojas. Extrayendo dos bolas sucesivamente, ¿cuál es la probabilidad de obtener una bola negra seguida de una bola blanca? A) Reponiendo la bola en la caja. B) Sin reponerla.

23. Se han clasificado los donantes de órganos en los siguientes grupos: menores de 15 años, entre 15 y 30 años, entre 30 y 45 años, entre 45 y 60 años, siendo los porcentajes del 5,7; 20,5; 19,4; 27,1 y 26,3. ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar a un donante de menos de 30 años? ¿Y de más de 60 años?

24. En una empresa, el 60% de los empleados tiene contrato indefinido, el 30% son menores de 35 años y tienen contrato indefinido. Construye una tabla de contingencia. Se selecciona a un empleado al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga contrato indefinido o sea menor de 35 años? ¿Y de que no tenga contrato indefinido y sea mayor de 35 años?

25. Se tiene un experimento aleatorio con 5 resultados posibles, donde tanto los 3 primeros como los 2 últimos son igualmente probables e independientes. Si se sabe que la probabilidad de que salga alguno de los 4 primeros resultados es 2/3, ¿cuál es la probabilidad de cualquier suceso?

26. El 40% de los habitantes de cierta ciudad tiene cabellos castaños, el 25% tiene ojos castaños y el 15% tiene cabellos y ojos castaños. Se escoge una persona al azar:
a) Si tiene cabellos castaños, ¿cuál es la probabilidad de que también tenga los ojos castaños?
b) Si tiene ojos castaños, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga cabellos castaños?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga cabellos ni ojos castaños?

27. En una estantería hay 60 novelas y 20 libros de poesía. Una persona A elige un libro al azar de la estantería y se lo lleva. A continuación otra persona B elige otro libro al azar.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que el libro seleccionado por B sea una novela?
b) Si se sabe que B eligió una novela, ¿cuál es la probabilidad de que el libro seleccionado por A sea de poesía?

28. Una fábrica tiene tres máquinas que fabrican tornillos. La máquina A produce el 50% del total de tornillos, la máquina B el 30% y la C el 20%. De la máquina A salen un 5% de tornillos defectuosos, de la B un 4% y de la C un 2%.Calcula la probabilidad de que un tornillo elegido al azar sea defectuoso.

29. En una distribución binomial B(7; 0,4) calcula:
a) $P[x = 2]$ b) $P[x = 5]$ c) $P[x = 0]$ d) $P[x > 0]$ e) $P[x > 3]$ f) $P[x < 5]$

30. Un examen tipo test consta de 10 preguntas, cada una con cuatro respuestas, de las cuales sólo una es correcta. Si un alumno contesta al azar:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que conteste bien 4 preguntas?
b) ¿Y la de que conteste correctamente más de 2 preguntas?
c) Calcula la probabilidad de que conteste mal a todas las preguntas.

31. Una urna contiene 3 bolas rojas y 7 verdes. Se saca una al azar, se anota su color y se devuelve a la urna. Si esta experiencia se repite 5 veces, calcula la probabilidad de obtener:
a) Tres bolas rojas. b) Menos de tres rojas.
c) Más de tres rojas. d) Alguna roja.

32. La probabilidad de que un aparato de televisión, antes de revisarlo, sea defectuoso, es 0,2. Al revisar cinco aparatos:
    a) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno sea defectuoso?
    b) ¿Y la de que haya alguno defectuoso?

33. En un proceso de fabricación de tornillos se sabe que el 2% son defectuosos. Los empaquetamos en cajas de 50 tornillos.Calcula la probabilidad de que en una caja haya este número de tornillos defectuosos:
    a) Ninguno. b) Uno. c) Más de dos.
    ¿Cuántos tornillos defectuosos habrá, por término medio, en cada caja?

34. Una clase se compone de veinte alumnos y diez alumnas. La mitad de las alumnas y la mitad de los alumnos aprueban las matemáticas. Calcula la probabilidad de que, al elegir una persona al azar, resulte ser:
    a) Alumna o que aprueba las matemáticas.
    b)Alumno que suspenda las matemáticas.
    c) Sabiendo que es alumno, ¿cuál es la probabilidad de que apruebe las matemáticas?
    d) ¿Son independientes los sucesos ALUMNO y APRUEBA MATEMÁTICAS?

35. En un distribución N(0,1) halla:
    a) $P[z > 1,3]$ b) $P[z < -1,3]$ c) $P[z > -1,3]$ d) $P[1,3 < z < 1,96]$
    e) $P[-1,96 < z < -1,3]$ f) $P[-1,3 < z < 1,96]$ g) $P[-1,96 < z < 1,96]$ h) $P[-1 \leq z \leq 1]$
    i) $P[-2 \leq z \leq 2]$ j) $P[-3 \leq z \leq 3]$

36. En una distribución N(173, 6), halla las siguientes probabilidades:
    a) $P[x \leq 173]$ b) $P[x \geq 180,5]$ c) $P[174 \leq x \leq 180,5]$ d) $P[161 \leq x \leq 180,5]$ e) $P[161 \leq x \leq 170]$

37. La talla media de los 200 alumnos de un centro escolar es de 165 cm y la desviación típica, 10 cm. Si las tallas se distribuyen normalmente, calcula la probabilidad de que un alumno elegido al azar mida más de 180 cm. ¿Cuántos alumnos puede esperarse que midan más de 180 cm?
38. La temperatura cutánea a la que una persona experimenta dolor es una variable normal de media 45º y desviación típica 1,5º. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona no experimente dolor con una temperatura de 47º?
39. Las notas de un examen realizado por 36 alumnos de una clase siguen una distribución N(4,2; 1,3). Calcula: a) Número de alumnos que han aprobado. b) Número de alumnos cuyas notas han resultado comprendidas entre 4 y 6
40. Se sabe que el 75% de los graduados en una universidad obtienen empleo durante el primer año de graduación. Se eligen 8 graduados de dicha universidad. a) ¿Cuál es la probabilidad de que, al menos, 6 tengan empleo el primer año? b) ¿Y de que, como máximo, 6 tengan empleo?
41. Las precipitaciones anuales en una región son, en media, de 2000 ml/m^2, con una desviación típica de 300 ml/m^2. Calcular, suponiendo distribución normal, la probabilidad de que un año determinado la lluvia no supere los 1200 ml/m^2.
42. Se supone que las tallas de 800 recién nacidos se distribuyen según una normal de media 66 cm y desviación típica 5 cm. Calcular cuántos recién nacidos cabe esperar con tallas comprendidas entre 65 y 70 cm.
43. En una piscifactoría, el peso de las truchas se distribuye según ley N(200, 50). Se toma una al azar: a) ¿Cuál es la probabilidad de que su peso no sea superior a los 175 gramos? b) ¿Cuál es la probabilidad de que su peso sea superior a los 230 gramos? c) ¿Cuál es la probabilidad de que su peso esté comprendido entre 225 y 275 gramos?
44. Una empresa ferroviaria sabe que el retraso en la llegada sigue una ley normal de media 5 minutos, y que el 68,26% de los trenes llega con un retraso comprendido entre 2 y 8 minutos. a) ¿Cuál es la desviación típica? b) ¿Cuál es la probabilidad de que un tren llegue puntual o antes de la hora? c) Cuál es la probabilidad de que un tren llegue con retraso de más de 10 minutos?
45. Una panificadora distribuye las porciones de masa según una normal de media 100 gramos y desviación típica 9 gramos. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un panecillo cuyo peso esté entre 80 gramos y la media.