

**BLOQUE 1: NÚMEROS Y ÁLGEBRA**

- Representa los siguientes conjuntos numéricos:
 

a) $(-3, -1)$	b) $[4, +\infty)$	c) $\{x/-2 \leq x < 5\}$
d) $[-2, 5) \cup (5, 7]$	e) $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$	f) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$
- Halla: a)  $|-11|$       b)  $|\pi|$       c)  $|-\sqrt{5}|$       d)  $|0|$       e)  $|3 - \pi|$
- Averigua para qué valores de  $x$  se cumplen las siguientes relaciones:
 

a) $ x  = 5;$	b) $ x  \leq 5;$	c) $ x - 4  = 2;$	d) $ x - 4  \leq 2;$	e) $ x - 4  > 2$
---------------	------------------	-------------------	----------------------	------------------
- a) Expresa en forma de intervalo los números que verifican  $|x - 4| \leq 2$   
 b) Representa gráficamente los números que verifican  $|x - 4| \leq 2$
- Escribe en forma de intervalo y representa en la recta real los siguientes conjuntos numéricos:
 

a) $ x  < 5$	b) $ x + 2  \leq 2$	c) $\{x \in \mathbb{R}/-3 \leq x < 5\}$
--------------	---------------------	---
- ¿Puede afirmarse que la suma de dos números irracionales es otro irracional? Pon un ejemplo.
- Expresa en forma de intervalo los números que verifican  $|x - 3| \leq 1$
- Dado el número áureo  $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ , comprueba que  $\Phi^2 = \Phi + 1$
- En un reloj que mide el crecimiento de la población mundial, observo que aumentó en 518 personas en 30 minutos. Si se mantiene ese ritmo de crecimiento, ¿cuándo llegaremos a 7 mil millones? (Población mundial:  $6,8 \cdot 10^9$ )
- Una colonia de microbios triplica su población cada dos horas. Al mediodía la colonia tenía un millón de microbios, ¿cuántas horas han de transcurrir para que haya más de 150 millones de microbios?
- Expresa con un número razonable de cifras significativas las siguientes cantidades:
 

a) Visitantes anuales a cierta exposición:	1 345 589 personas.
b) Asistentes a una manifestación ecológica:	125 341 personas.
c) Bacterias en 1 dm <sup>3</sup> de cierto preparado:	203 305 123 bacterias.
d) Número de gotas de agua que hay en una piscina:	8 249 327 741 gotas.
e) Número de granos en un saco de arena de 50 kg:	2 937 248 granos.
- Da una cota del error absoluto y otra del error relativo en las cantidades que has expresado en el ejercicio anterior.
- Opera con la calculadora:
 

a) $(3,87 \cdot 10^{15} \cdot 5,96 \cdot 10^{-9}) : (3,941 \cdot 10^{-6})$	b) $8,93 \cdot 10^{-10} + 7,64 \cdot 10^{-10} - 1,42 \cdot 10^{-9}$
--	---
- Simplifica las siguientes expresiones utilizando las propiedades de las potencias
 

a) $12^3 \cdot \frac{12^4}{(12^5)^2}$	b) $(a^3)^5 \cdot \frac{a^{-4}}{(a^{-4})^2}$	c) $\frac{\sqrt[3]{x^2} \cdot x^{-3} \cdot 3x}{x^{-5} \cdot \sqrt{x^3}}$	d) $\frac{\left(\frac{a}{b}\right)^{-2} \cdot b^3}{a^2 \cdot b^{-3}}$
---------------------------------------	--	--	---
- Simplifica las siguientes expresiones con radicales:
 

a) $\sqrt{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5}}$	b) $\sqrt[5]{\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{7}}}$	c) $\sqrt{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3}}$	d) $(\sqrt{\sqrt[3]{7}})^3$	e) $\sqrt[4]{(\sqrt{a})^3 (\sqrt{a})^4}$
---	--	--	-----------------------------	--
- Realiza los siguientes cálculos con raíces: a)  $2\sqrt{4x^2y} + 5\sqrt[4]{16y^2} - 21x\sqrt{36y^2}$       b)  $5\sqrt{27} - 2\sqrt{3} + 7\sqrt{16}$
- Halla: a)  $\log_2 16$       b)  $\log_2 0,5$       c)  $\log_{10} 1\,000$       d)  $\log_{10} 0,01$       e)  $\log_4 64$       f)  $\log_7 49$
- Obtener los siguientes logaritmos con la ayuda de la calculadora: a)  $\log_2 1\,500$       b)  $\log_5 200$   
 c)  $\log_{100} 200$       d)  $\log_{100} 40$       En cada caso, comprueba el resultado utilizando la potenciación.
- Calcula el valor de  $x$  en estas igualdades: a)  $\log_3 x = 2$       b)  $\log x^2 = -2$       c)  $7^x = 115$       d)  $5^{-x} = 3$

## Tarea de refuerzo

1º Bach CC.SS.

20. Sabiendo que  $\log 2 = 0,301$  y que  $\log 3 = 0,477$  calcula, sin usar calculadora, los siguientes logaritmos:

a)  $\log \frac{4}{9}$       b)  $\log(0,25\sqrt[3]{0,3})$       c)  $\log\left(\frac{1}{\sqrt[3]{16}}\right)$

21. Escribe como un único logaritmo la siguiente expresión:

a)  $2(\log a - \log b) + \left(\frac{1}{3}\log a + \log b\right)$       b)  $2\log_5(5x) - \frac{3}{2}\log_5 x + \log_5 \frac{x}{3}$

22. Demuestra que  $\log(x + \sqrt{x^2 - 1}) + \log(x - \sqrt{x^2 - 1}) = 0$ ,  $\forall x \geq 1$ .

23. Que la inflación sea del 2 % anual significa que los precios el 1 de enero de un año son un 2 % superiores a los del 1 de enero del año anterior. Supongamos que un país ha conseguido estabilizar su inflación en un 2 % anual.

- a) ¿Cuál será el precio dentro de 10 años de una casa que ahora cuesta 100000 €?  
b) ¿Cuántos años han de pasar para que los precios aumenten un 50 %?

24. Halla sin calculadora:  $\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4}\right)^{-2} \left(\frac{1}{3} - \frac{7}{9}\right)^{-1} + 4$

25. Simplifica, utilizando las propiedades de las potencias:

a)  $\frac{3^6 \cdot 2^5 \cdot 5^2}{9^3 \cdot 4^3 \cdot 5}$       b)  $\frac{3^4 \cdot 16 \cdot 9^{-1}}{5^{-1} \cdot 3^5}$       c)  $\frac{15^2 \cdot 8^{-1}}{6^3 \cdot 10^2}$       d)  $\frac{a^{-3}b^{-4}c^7}{a^{-5}b^2c^{-1}}$

26. Expresa como una potencia de base 2: a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       b)  $(-32)^{1/5}$       c)  $(\sqrt[8]{2})^4$

27. Una sustancia cuya masa es de 15,39856 gramos se pesa en dos balanzas. La primera marca 15,3589 gramos y la segunda 15,359. Para realizar un experimento se elegirá la balanza que menor error relativo cometa. ¿Cuál de las dos balanzas habrá que elegir?

28. Al pesar a una persona de 74,6 kg se ha obtenido 75kg. Al pesar un kilo de azúcar se ha obtenido 960g. Calcula los errores absoluto y relativo de cada medida e indica razonadamente cuál de las dos es más precisa.

29. Al medir la altura de una persona de 180 cm se ha obtenido 178 cm. Al medir la altura de un edificio de 39 m se ha obtenido 40 m. Calcula los errores absoluto y relativo de cada medida e indica razonadamente cuál de las dos es más precisa.

30. Al medir la longitud de una calle, obtuvimos 1 500 m, con un error absoluto menor que 2 m. Al medir la altura de una habitación, obtuvimos 2,80 m, con un error absoluto menor que 2 cm. ¿Qué medida se hizo con más precisión?

31. Los tiempos de utilización de una red de comunicaciones se redondean por exceso a cuartos de hora. Aproxima de esta forma los siguientes tiempos: 39 min; 80 min; 117 min.

32. Una parcela de 45 m de ancho y 70 m de largo cuesta 28 350 €. ¿Cuánto costará otra parcela de terreno de igual calidad de 60 × 50 m?

33. ¿Es posible que una potencia de exponente negativo sea igual a un número entero? Acláralo con ejemplos.

34. Tres socios aportan 4, 6 y 12 millones, respectivamente, para montar un negocio con la idea de mantenerlo abierto las 24 horas del día. Para compensar las diferencias en la inversión, deciden distribuir las horas de trabajo en relación inversa al dinero aportado. ¿Cuántas horas diarias debe atender el negocio cada uno?

35. Pusimos un capital de 3 600 euros en el banco. Un año después se había transformado en 3 794,4 euros. ¿Qué tanto por ciento ha aumentado?

36. Después de subir un 20%, un artículo vale 45,60 euros. ¿Cuánto valía antes de la subida?

37. Después de rebajarse en un 35%, un artículo vale 81,90 euros. ¿Cuánto valía antes de la rebaja?

38. ¿En cuánto se transforma un capital de 50 000 €, colocados al 12% anual, en 1, 2, 3, 4 y 5 años? ¿Cuántos años se necesitan para que se duplique?

## Tarea de refuerzo

1º Bach CC.SS.

39. Averigua en cuánto se transforma un capital de 100 000 € al 6% anual durante 4 años si los periodos de capitalización son: a) años      b) meses      c) días      d) trimestres
40. Al comienzo de cada año depositamos 6 000 euros en un banco al 7% anual. ¿Cuánto dinero recogeremos al finalizar el 10º año?
41. Averigua la mensualidad que hay que pagar para amortizar en 3 años (36 pagos) una deuda de 24 000 euros al 9% anual.
42. Una entrada de un cine costaba el año pasado 3,30 € y este año 4,10. ¿Cuál ha sido el índice de variación? ¿Y el porcentaje de subida?
43. La cantidad de agua de un embalse ha disminuido en un 35% respecto a lo que había el mes pasado. Ahora contiene 74,25 millones de litros. ¿Cuántos litros tenía el mes pasado?
44. Un banco paga el 10% del dinero que se deposita en él, siempre que se mantenga sin sacar nada durante un año. ¿Cuánto te darán al cabo de un año si depositas 18 500 €? ¿Y si lo dejas durante 5 años sin sacar nada?
45. Halla en cuánto se transforma un capital de 10 000 euros al 5% anual durante 2 años y 3 meses si el periodo de capitalización es: a) Anual.      b) Mensual.
46. Un comerciante pide un préstamo de 5 000 euros para devolver en un solo pago a los tres meses. ¿A cuánto debe ascender ese pago si el precio del dinero está al 12% anual?
47. Recibimos un préstamo de 8 500 € al 15% anual, que hemos de devolver en un solo pago. ¿Cuántos años han transcurrido si al liquidarlo pagamos 14 866,55 €?
48. Calcula el importe de la anualidad con la que se amortiza un préstamo de 50 000 € en 5 años al 15%. ¿Y si se paga en mensualidades?
49. Compramos un electrodoméstico de 750 € y lo pagamos en 24 plazos mensuales con un interés del 13%. ¿Cuál será la cuota mensual?
50. Una persona inicia un plan de pensiones a los 45 años, con cuotas mensuales de 200 € al 9% anual, con periodos de capitalización mensuales. ¿De qué capital dispondrá a los 65 años?
51. ¿Qué cantidad debemos invertir al 5% de interés compuesto anual para obtener 30.000 € a los diez años de la imposición?
52. Durante cuántos años debe ingresar la cantidad de 600 € mensuales al 4% anual para acumular un capital de 90.000 €?
53. Factoriza:
- a)  $x^4 + x^3 - 27x^2 - 25x + 50$       b)  $x^3 + x^2 - 32x - 60$       c)  $x^3 + 8x^2 + 21x + 18$       d)  $x^4 - 10x^2 + 9$  e)  $x^3 - 5x^2 + 2x + 8$       f)  $x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 8x$       h)  $x^4 - 81$
54. Simplifica: a)  $\frac{x^3 - 4x}{x^2 - 2x}$       b)  $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x - 3}$       c)  $\frac{4x - 12}{x^3 - 7x^2 + 16x - 12}$       d)  $\frac{x^4}{x^3 + 3x^2}$
55. Efectúa estas operaciones:
- a)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} - \frac{3}{10}$       b)  $\frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} - 3$       c)  $\frac{x^2 - 2x + 3}{x-2} \cdot \frac{2x+3}{x+5}$       d)  $\frac{x^2 - 2x + 3}{x-2} : \frac{2x+3}{x+5}$
56. Resuelve las ecuaciones siguientes:
- a)  $x^4 - x^2 - 12 = 0$       b)  $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$       c)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{3}{10}$   
d)  $x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = 0$       e)  $x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$       f)  $\log x = 2 \cdot \log 4$   
g)  $\log(x+3) = \log 6 - \log(2x+2)$       h)  $3^{x+1} = 7$       i)  $2^{x^2-1} = 2^4$   
j)  $175 \log(x^2-8) = 0$       k)  $\log x^2 - \log \frac{10x-9}{10} = 1$       l)  $25 \log_x x + \log x = 4$   
m)  $\log(2x+12) = \log 2 + \log(3x-2)$       n)  $5Lx - 4Lx = L3$       ñ)  $2^{1-x^2} = 8$

o)  $\log_x (x^2 + 10) - \log_x (x+5) = 1$

p)  $(4^{3-x})^{2-x} = 1$

q)  $7^{3x-2} = \sqrt[3]{49}$

r)  $2^{2x+4} - 3 \cdot 2^{x+2} + 2 = 0$

s)  $5^x + 5^{x-1} = 6$

t)  $9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81 = 0$

u)  $4^{x+1} - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$

v)  $\sqrt{5x+4} = 2x+1$

w)  $\frac{4}{x} - \frac{2x+2}{3(x-2)} = 4$

x)  $\frac{3(x^2 - 1)}{2 - (x^2 - 1)} = \frac{2 + (x^2 - 1)}{x^2 - 1}$

y)  $11 = 2x - 3\sqrt{x-1}$

z)  $\frac{x+1}{2x} = \frac{x^2 - 1}{x-1}$

57. Resuelve estos sistemas de ecuaciones mediante Gauss y clasifícalos:

a)  $\begin{cases} 4x + y - z = 7 \\ 2y = 8 \\ 3x = 9 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 6 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ x - 2y + z = -3 \\ 2x - y - z = 9 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} 5x - 4y + 3z = 9 \\ 2x + y - 2z = 1 \\ 4x + 3y + 4z = 1 \end{cases}$

e)  $\begin{cases} x + y + z = -2 \\ x - 2y - z = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$

f)  $\begin{cases} x + y + z = -2 \\ x - 2y - z = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

58. Para la calificación de un curso, se decide que la primera evaluación cuente un 25%, la segunda, un 35%, y la tercera, un 40%. Una alumna ha tenido un 5 en la primera y un 7 en la segunda. ¿Qué nota tiene que conseguir en la tercera para que su calificación final sea 7?

59. Un comerciante compra 50 kg de harina y 80 kg de arroz, por los que tiene que pagar 66,10 €; pero consigue un descuento del 20% en el precio de la harina y un 10% en el del arroz. De esa forma, paga 56,24 €. ¿Cuáles son los precios iniciales de cada artículo?

60. Tres empresas aportan 2, 3 y 5 millones de euros para la comercialización de un nuevo avión. A los cinco años reparten beneficios, correspondiendo a la tercera 189 000 € más que a la segunda. ¿Cuál fue la cantidad repartida?

61. Una tienda ha vendido 60 ordenadores, cuyo precio original era de 1 200 €, con un descuento del 20% a unos y un 25% a otros. Si se han recaudado 56 400 €, calcula a cuántos ordenadores se rebajó el 25%.

62. En la primera prueba de una oposición, queda eliminado el 52% de los participantes. En la segunda prueba, se elimina el 25% de los restantes. Si el número total de personas suspendidas es 512, ¿cuántas personas se presentaron a la oposición?

63. Un tendero invierte 125 € en la compra de una partida de manzanas. Desecha 20 kilos por defectuosas y vende el resto, aumentando 0,40 € cada kilo sobre el precio de compra, por 147 €. ¿Cuántos kilos compró?

64. Un inversor, que dispone de 28 000 €, coloca parte de su capital en un banco al 8%, y el resto, en otro banco al 6%. Si la primera parte le produce anualmente 200 € más que la segunda, ¿cuánto colocó en cada banco?

**BLOQUE 2: ANÁLISIS**

1. Representa gráficamente la función  $y = ax + b$ , indicando su dominio y recorrido, en los siguientes casos:

a)  $a = 0; b = -4$

b)  $a = 3; b = 0$

c)  $a = 3; b = -4$

2. Representa gráficamente las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x \leq 0 \\ 5-x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

b)  $f(x) = \begin{cases} x+5 & \text{si } x \leq 0 \\ 5-x & \text{si } x > 0 \end{cases}$

c)  $f(x) = \begin{cases} x+5 & \text{si } x \leq 0 \\ 2x & \text{si } x > 0 \end{cases}$

d)  $y = \begin{cases} x+2 & \text{si } x < 1 \\ 3 & \text{si } 1 \leq x \leq 4 \\ 7-x & \text{si } x > 4 \end{cases}$

3. Representa gráficamente la función  $y = ax^2 + bx + c$ , (indicando su dominio y recorrido), en los casos:

a)  $a = 1, b = -4, c = 0$

b)  $a = 1, b = 0, c = 4$

## Tarea de refuerzo

1ºBach CC.SS.

c)  $a = 1, b = -4, c = 4$

d)  $a = 2, b = -5, c = 3$

4. Indica el dominio de la función

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ x-1 & \text{si } 0 < x < 2 \\ x^2-2 & \text{si } x > 2 \end{cases}; \text{ representala gráficamente y expresa su recorrido.}$$

5. Indica el dominio de las siguientes funciones:

a)  $y = \sqrt{x^2 + 1}$

b)  $y = \sqrt{1-x}$

c)  $y = \sqrt{x^2 - 4}$

d)  $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

e)  $y = x^3 - 2x + 3$

f)  $y = \frac{\log(x-1)}{x+2}$

g)  $y = \log(x^2 - 1)$

h)  $y = \frac{1}{x^2 - 4}$

6. En una Universidad, el año 2002 había matriculados 10 400 alumnos, y en el año 2007, 13 200. Estimar cuántos había:

a) En el año 2003.

b) En el 2005.

c) En el 2000.

d) ¿Cuántos cabe esperar que haya en el 2010?

e) ¿Y en el 2040?

7. Considera las siguientes funciones:

a)  $y = 3 - 2x - x^2$

b)  $y = 1/x$

c)  $y = +\sqrt{x}$

d)  $y = |x|$

e)  $y = E(x)$

f)  $y = x^3$

Estudia en cada una de ellas, si son simétricas, periódicas, si tienen extremos relativos y/o absolutos. Expresa los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

8. Dadas las funciones  $f(x) = x^2$  y  $g(x) = x + 2$ , halla: a)  $f+g$

b)  $f-g$

c)  $f/g$

d)  $f \circ g$

e)  $g \circ f$

9. Halla la correspondencia inversa de las siguientes funciones indicando si son o no funciones:

a)  $f(x) = (2x + 4)/3$

b)  $f(x) = (3x-2)/(2x+3)$

c)  $f(x) = x^2 - 3x + 2$

10. Comprueba con el apartado b) del ejercicio anterior que  $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = i$  (función identidad)

11. Estudia y representa la función  $f(x) = |x^2 - 3x - 4|$

12. Estudia las funciones: a)  $y = 2^x$

b)  $y = (1/2)^x$

c)  $y = 10^x$

d)  $y = e^x$

13. Estudia las funciones: a)  $y = \log_2 x$

b)  $y = \log_{(1/2)} x$

c)  $y = \log x$

d)  $y = \ln x$ .

14. Dada la función  $f(x) = \log_2(x-3)$ , halla su dominio, su función inversa, y calcula  $g \circ f$  siendo  $g(x) = 2^x$

15. El precio de venta de un artículo viene dado por  $p = 12 - 0,01x$  ( $x$  = número de artículos fabricados;  $p$  = precio, en cientos de euros).

a) Si se fabrican y se venden 500 artículos, ¿cuáles serán los ingresos obtenidos?

b) Representa la función  $N$ -º de artículos-Ingresos obtenidos.

c) ¿Cuántos artículos se deben fabricar para que los ingresos sean máximos?

16. El coste de producción de  $x$  unidades de un producto es igual a  $x^2 + 35x + 25$  euros y el precio de venta de una unidad es  $50 - x/4$  euros.

a) Escribe la función que nos da el beneficio total si se venden las  $x$  unidades producidas.

b) Halla el número de unidades que deben venderse para que el beneficio sea máximo.

17. Asistir a un gimnasio durante 6 meses nos cuesta 246 €. Si asistimos 15 meses, el precio es 570 €. ¿Cuánto tendremos que pagar si queremos ir durante un año?

18. Calcula el límite de  $f(x) = x^2 + 3$  en  $x = 1$ .

19. Calcula el límite de  $g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x < 2 \\ 1 & \text{si } x = 2 \\ x + 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$  en  $x = 2$

**Tarea de refuerzo**

20. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{si } x < 2 \\ 4x - 7 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$ , halla  $f(2)$  y sus límites laterales en ese punto.

21. Calcula los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 - 5x + 4}$       b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^3 - 5x + 4}$       c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 - 5x + 3}{x^2 - 5x + 4}$       d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 - 5x + 4}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{x} - 2}$       f)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^2 - 3x + 2}$       g)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2^{\frac{3x}{x-1}}$       h)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x+1}{5x-3} \right)^{-x+3}$

i)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x+1}{5x-3} \right)^{-x+3}$       j)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$       k)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 + x}{x^2}$       l)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 16}{x^3 + 8}$

22. En una empresa se hacen montajes en cadena. El número de montajes realizados por un trabajador sin experiencia depende de los días de entrenamiento según la función  $M(t) = (t \text{ en días})$ .

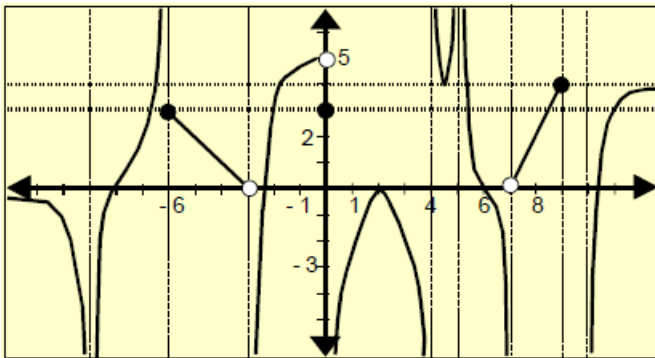
- a) ¿Cuántos montajes realiza el primer día? ¿Y el décimo?
- b) Representa la función sabiendo que el periodo de entrenamiento es de un mes.
- c) ¿Qué ocurriría con el número de montajes si el entrenamiento fuera mucho más largo?

23. Los gastos de una empresa dependen de sus ingresos,  $x$ . Así:

$$g(x) = \begin{cases} 0,6x + 200 & \text{si } 0 \leq x \leq 1000 \\ \frac{1000x}{x + 250} & \text{si } x > 1000 \end{cases} \text{ donde los ingresos y los gastos vienen expresados en euros.}$$

- a) Representa  $g(x)$
- b) Calcula el límite de  $g(x)$  cuando  $x \rightarrow \infty$  y explica su significado.

24. Sea la función  $f(x)$ , definida a trozos, con la siguiente representación gráfica:



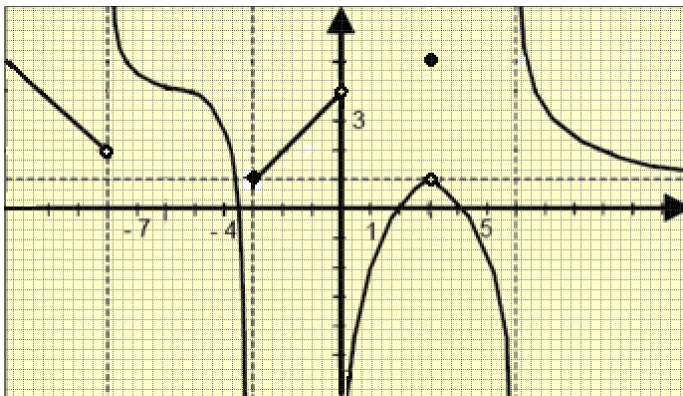
- a) Indica el dominio de la función
- b) Calcula  $f(0)$ ,  $f(5)$ ,  $f(6)$ ,  $f(7)$
- c) ¿Para qué valores  $f(x) = 3$ ?
- d) Ecuaciones de las asíntotas.
- e) Estudia el crecimiento.
- f) Máximos y mínimos relativos.

g) Calcula los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow -8} f(x), \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 7^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x), \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x), \lim_{x \rightarrow -6} f(x), \lim_{x \rightarrow 5} f(x),$$

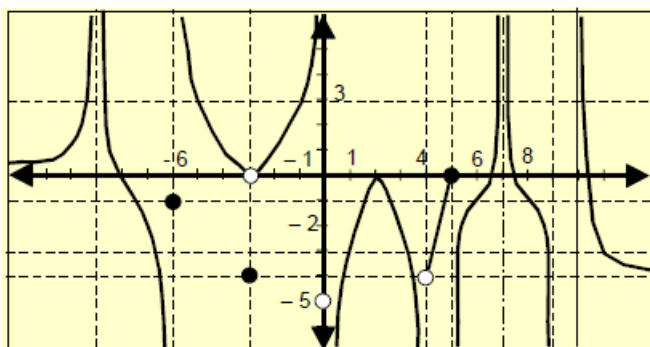
$$\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x), \lim_{x \rightarrow 7^-} f(x), \lim_{x \rightarrow -9} f(x), \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow 10^+} f(x)$$

25. A partir de la gráfica de la función  $f$ , calcula:



- Dominio de la función
- Recorrido de la función.
- Extremos relativos.
- $f(-3)$
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Calcula  $\lim_{x \rightarrow -8} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -8^+} f(x)$

26. A partir de la gráfica de la función  $f$ , calcula:



- Indica el dominio de la función
- Calcula  $f(-8)$ ,  $f(5)$ ,  $f(-3)$ ,  $f(7)$
- ¿Para qué valores  $f(x) = 0$ ?
- Ecuaciones de las asíntotas.
- Estudia el crecimiento.
- Máximos y mínimos relativos.

g) Calcula los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 7^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -8^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -9} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 9} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 10} f(x)$$

27. Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de las siguientes funciones y di si tienen máximo o mínimo:

a)  $y = 2x^2 - 8x + 7$

b)  $y = \frac{x-1}{2x+3}$

### **BLOQUE 3: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD**

1. Para cada uno de los siguientes casos indica:

- Cuáles son las variables que se relacionan.
- Cuál es el colectivo de individuos que se estudia.
- Si se trata de una relación funcional o de una relación estadística.
- El signo de la correlación.

- Familias: estatura media de los padres – estatura media de los hijos mayores de 17 años.
- Entre los países europeos: volumen de exportación– volumen de importación (con España).
- Entre los países del mundo: índice de mortalidad infantil – número de médicos por cada 1 000 habitantes.
- kW · h consumidos en cada casa de una ciudad durante el mes de enero – coste del recibo de la luz.
- Coste del recibo de la luz – número de personas que viven en cada casa.

## Tarea de refuerzo

1º Bach CC.SS.

2. Los parámetros correspondientes a esta distribución bidimensional, son:  $\bar{X} = 4,4$  ;  $\bar{Y} = 4,9$  ;  $\sigma_{xy} = 3,67$  ;  $\sigma_x = 2,77$  ;  $\sigma_y = 2,31$  ;  $r = 0,57$

x	0	1	2	3	3	4	5	6	7	8	9
y	1	4	6	2	4	8	6	5	3	6	9

Halla las ecuaciones de las dos rectas de regresión, X sobre Y e Y sobre X, y represéntalas junto con la nube de puntos.

3. Calcula el coeficiente de correlación entre estas dos variables:

x: ALTITUD	365	450	350	220	150
y: LITROS DE LLUVIA	240	362	121	145	225

4. La media de los pesos de los individuos de una población es de 65 kg y la de sus estaturas, 170 cm. Las desviaciones típicas son 5 kg y 10 cm, respectivamente, y la covarianza de ambas variables es 40.
- ¿Cuál es el coeficiente de correlación?
  - Calcula la recta de regresión de los pesos respecto de las estaturas.
  - ¿Cuánto estimas que pesará un individuo de 180 cm de estatura?
5. De un muelle se cuelgan pesas y se obtienen los siguientes alargamientos:

x: MASA DE LA PESA(g)	0	10	30	60	90	120	150	200	250	350
y: ALARGAMIENTO (cm)	0	0,5	1	3	5	6,5	8	10,2	12,5	18

Halla la recta de regresión de Y sobre X y estima el alargamiento que se conseguirá con pesos de 100 g y de 500g. ¿Cuál de las dos estimaciones es más fiable?

6. La siguiente tabla muestra el número de gérmenes patógenos por centímetro cúbico de un determinado cultivo según el tiempo transcurrido:

N-º DE HORAS	0	1	2	3	4	5
N-º DE GÉRMESES	20	26	33	41	47	53

- Calcula la recta de regresión para predecir el número de gérmenes por  $\text{cm}^3$  en función del tiempo.
  - ¿Qué cantidad de gérmenes por  $\text{cm}^3$  es predecible encontrar cuando hayan transcurrido 6 horas? ¿Es buena esa predicción?
7. En un depósito cilíndrico, la altura del agua que contiene varía conforme pasa el tiempo según la siguiente tabla:

TIEMPO (h)	8	22	27	33	50
ALTURA (m)	17	14	12	11	6

- Halla el coeficiente de correlación lineal entre el tiempo y la altura e interprétalo.
  - ¿Cuál será la altura del agua cuando hayan transcurrido 40 horas?
  - Cuando la altura del agua es de 2 m, suena una alarma. ¿Qué tiempo ha de pasar para que avise la alarma?
8. En una cofradía de pescadores, las capturas registradas de cierta variedad de pescados, en kilogramos, y el precio de subasta en lonja, en euros/kg, fueron los siguientes:

x (kg)	2 000	2 400	2 500	3 000	2 900	2 800	3 160
y (euros/kg)	1,80	1,68	1,65	1,32	1,44	1,50	1,20

- ¿Cuál es el precio medio registrado?
  - Halla el coeficiente de correlación lineal e interprétalo.
  - Estima el precio que alcanzaría en lonja el kilo de esa especie si se pescasen 2 600 kg.
9. Sobre un coche nos aseguraban un consumo medio de 6,5 litros por cada 100 km. Durante 10 días realizamos mediciones (litros consumidos y kilómetros recorridos) según la tabla:

x (km)	100	80	50	100	10	100	70	120	150	220
y (l)	6,5	6	3	6	1	7	5,5	7,5	10	15

- ¿Cuál es la diferencia entre el consumo medio según la tabla y el que nos anunciaron?
- Halla el coeficiente de correlación lineal y la recta de regresión de Y sobre X.
- Si queremos hacer un viaje de 500 km, ¿qué cantidad de combustible debemos poner?



## Tarea de refuerzo

1ºBach CC.SS.

10. El consumo de energía “per cápita” en miles de kW/h y la renta “per cápita” en miles de euros de seis países de la U.E. son las siguientes:

	ALEMANIA	BÉLGICA	DINAMARCA	ESPAÑA	FRANCIA	ITALIA
CONSUMO (y)	5,7	5,0	5,1	2,7	4,6	3,1
RENTA (x)	11,1	8,5	11,3	4,5	9,9	6,5

- a) Calcula la recta de regresión del consumo de energía (y) sobre la renta (x).  
 b) Indica el coeficiente de correlación entre el consumo y la renta.  
 c) ¿Qué predicción podemos hacer sobre el consumo de energía “per cápita” de Grecia si su renta es de 4,4 miles de euros?
11. La evolución del IPC (índice de precios al consumo) y de la tasa de inflación en 1987 fue:

	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO
IPC	0,7	1,1	1,7	2	1,9	1,9
TASA DE INFLACIÓN	6	6	6,3	6,2	5,8	4,9

- a) Calcula el coeficiente de correlación entre el IPC y la tasa de inflación.  
 b) ¿Se puede estimar la tasa de inflación a partir del IPC ?
12. Las calificaciones de 40 alumnos en psicología evolutiva y en estadística han sido las de la tabla adjunta.

PSICOLOGÍA (x)	3	4	5	6	6	7	7	8	10
ESTADÍSTICA (y)	2	5	5	6	7	6	7	9	10
Nº de alumnos (f <sub>ij</sub> )	4	6	12	4	5	4	2	1	2

- a) Obtener la ecuación de la recta de regresión de calificaciones de estadística respecto de las calificaciones de psicología.  
 b) ¿Cuál será la nota esperada en estadística para un alumno que obtuvo un 4.5 en psicología?
13. Un centro comercial sabe los clientes que le pueden visitar en función de la distancia, en kilómetros, a la que se sitúe de un núcleo de población, según los datos que figuran en la siguiente tabla:

Nº de clientes (en cientos)	8	7	6	4	2	1
Distancia (km)	15	19	25	23	34	40
f <sub>ij</sub>	3	4	5	5	2	1

- a) Si el centro comercial se sitúa a 2 km, ¿cuántos clientes puede esperar? Debes usar la recta de regresión adecuada.  
 b) Si desea recibir a 500 clientes, ¿a qué distancia del núcleo de población debe situarse? Debes usar la recta de regresión adecuada.  
 c) ¿Consideras fiables los resultados obtenidos?
14. ¿Qué punto tienen en común las dos rectas de regresión?
15. ¿Qué condición debe cumplir r para que las estimaciones hechas con la recta de regresión sean fiables?
16. ¿Cuál es la probabilidad de obtener 12 al multiplicar los resultados de dos dados correctos?
17. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar dos dados correctos la diferencia de sus resultados sea 3?
18. Tenemos dos urnas. La experiencia consiste en extraer una bola de I, introducirla en II, remover y extraer, finalmente, una bola de II. Calcular la probabilidad de que la segunda bola extraída sea:
- a) Roja.                      b) Verde.                      c) Negra.

## Tarea de refuerzo

1ºBach CC.SS.

19. Una clase se compone de veinte alumnos y diez alumnas. La mitad de las alumnas y la mitad de los alumnos aprueban las matemáticas. Calcula la probabilidad de que, al elegir una persona al azar, resulte ser:
- Alumna o que aprueba las matemáticas.
  - Alumno que suspenda las matemáticas.
  - Sabiendo que es alumno, ¿cuál es la probabilidad de que apruebe las matemáticas?
  - ¿Son independientes los sucesos ALUMNO y APRUEBA MATEMÁTICAS?
20. Una urna A contiene 6 bolas blancas y 4 negras. Otra urna B tiene 5 blancas y 9 negras. Elegimos una urna al azar y extraemos dos bolas, que resultasen blancas. Halla la probabilidad de que la urna elegida haya sido la A.
21. En una cierta ciudad, el 40% de la población tiene cabellos castaños, el 25% tiene los ojos castaños y el 15% tiene cabellos y ojos castaños. Se escoge una persona al azar:
- Si tiene cabellos castaños, ¿cuál es la probabilidad de que también tenga ojos castaños?
  - Si tiene ojos castaños, ¿cuál es la probabilidad de que tenga cabellos castaños?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga cabellos ni ojos castaños?
22. En una bolsa hay 5 bolas numeradas del 1 al 5. ¿Cuál es la probabilidad de que, al sacar tres de ellas, las tres sean impares?
- Si las extracciones son con reemplazamiento.
  - Si las extracciones son sin reemplazamiento.
23. Extraemos dos cartas de una baraja española. Calcula la probabilidad de obtener:
- 2 ases.
  - Ningún as.
  - Algún as.
  - Sólo un as.
24. Se lanzan tres monedas y se cuenta el número de caras que salen. Calcula la probabilidad de obtener:
- Tres caras.
  - Una cara.
  - Más de una cara.
25. En un examen hay que contestar a 2 temas elegidos al azar entre 30. Un alumno ha estudiado sólo 12 de los 30 temas. Halla la probabilidad de que:
- El alumno haya estudiado los dos temas elegidos.
  - El alumno sólo haya estudiado uno de los temas elegidos.
  - Ninguno de los temas elegidos haya sido estudiado por el alumno.
26. Una urna contiene 5 bolas blancas, 3 rojas y 2 verdes. Hacemos 2 extracciones con reemplazamiento. Calcula la probabilidad de obtener: a) 2 bolas verdes. b) Ninguna bola verde. c) Una bola verde.  
¿Cuáles serían las probabilidades si no hubiera reemplazamiento?
27. Una fábrica tiene tres máquinas que fabrican tornillos. La máquina A produce el 50% del total de tornillos, la máquina B el 30% y la C el 20%. De la máquina A salen un 5% de tornillos defectuosos, de la B un 4% y de la C un 2%. Calcula la probabilidad de que un tornillo elegido al azar sea defectuoso.
28. En una distribución binomial  $B(7; 0,4)$  calcula:
- $P[x = 2]$
  - $P[x = 5]$
  - $P[x = 0]$
  - $P[x > 0]$
  - $P[x > 3]$
  - $P[x < 5]$
29. Un examen tipo test consta de 10 preguntas, cada una con cuatro respuestas, de las cuales sólo una es correcta. Si un alumno contesta al azar:
- ¿Cuál es la probabilidad de que conteste bien 4 preguntas?
  - ¿Y la de que conteste correctamente más de 2 preguntas?
  - Calcula la probabilidad de que conteste mal a todas las preguntas.
30. Una urna contiene 3 bolas rojas y 7 verdes. Se saca una al azar, se anota su color y se devuelve a la urna. Si esta experiencia se repite 5 veces, calcula la probabilidad de obtener:
- Tres bolas rojas.
  - Menos de tres rojas.
  - Más de tres rojas.
  - Alguna roja.
31. La probabilidad de que un aparato de televisión, antes de revisarlo, sea defectuoso, es 0,2. Al revisar cinco aparatos:
- ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno sea defectuoso?
  - ¿Y la de que haya alguno defectuoso?

32. En un proceso de fabricación de tornillos se sabe que el 2% son defectuosos. Los empaquetamos en cajas de 50 tornillos. Calcula la probabilidad de que en una caja haya este número de tornillos defectuosos:  
a) Ninguno.                      b) Uno.                      c) Más de dos.  
¿Cuántos tornillos defectuosos habrá, por término medio, en cada caja?
33. Una clase se compone de veinte alumnos y diez alumnas. La mitad de las alumnas y la mitad de los alumnos aprueban las matemáticas. Calcula la probabilidad de que, al elegir una persona al azar, resulte ser:  
a) Alumna o que aprueba las matemáticas.  
b) Alumno que suspenda las matemáticas.  
c) Sabiendo que es alumno, ¿cuál es la probabilidad de que apruebe las matemáticas?  
d) ¿Son independientes los sucesos ALUMNO y APRUEBA MATEMÁTICAS?
34. En una distribución  $N(0,1)$  halla:  
a)  $P[z > 1,3]$                       b)  $P[z < -1,3]$                       c)  $P[z > -1,3]$                       d)  $P[1,3 < z < 1,96]$   
e)  $P[-1,96 < z < -1,3]$                       f)  $P[-1,3 < z < 1,96]$                       g)  $P[-1,96 < z < 1,96]$                       h)  $P[-1 \leq z \leq 1]$   
i)  $P[-2 \leq z \leq 2]$                       j)  $P[-3 \leq z \leq 3]$
35. En una distribución  $N(173, 6)$ , halla las siguientes probabilidades:  
a)  $P[x \leq 173]$                       b)  $P[x \geq 180,5]$                       c)  $P[174 \leq x \leq 180,5]$                       d)  $P[161 \leq x \leq 180,5]$                       e)  $P[161 \leq x \leq 170]$
36. La talla media de los 200 alumnos de un centro escolar es de 165 cm y la desviación típica, 10 cm. Si las tallas se distribuyen normalmente, calcula la probabilidad de que un alumno elegido al azar mida más de 180 cm. ¿Cuántos alumnos puede esperarse que midan más de 180 cm?
37. El tiempo necesario para que una ambulancia llegue a un centro deportivo se distribuye según una variable normal de media 17 minutos y desviación típica 3 minutos. Calcula la probabilidad de que el tiempo de llegada esté comprendido entre 13 minutos y 21 minutos.
38. La duración de un tipo de pilas eléctricas sigue una distribución normal con media de 50 horas y desviación típica de 5 horas. Halla la probabilidad de que, eligiendo una pila al azar, dure entre 40 y 55 horas.
39. El número de visitantes que diariamente acuden a una exposición se distribuye según una normal  $N(2\ 000, 250)$ .  
a) Halla la probabilidad de que un día determinado el número de visitantes no supere los 2 100.  
b) Calcula la probabilidad de que un día cualquiera los visitantes sean más de 1 500.  
c) En un mes de treinta días, ¿en cuántos días cabe esperar que el número de visitantes supere los 2 210?