PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

JOSÉ MANUEL REYES BRITO

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

199? - 1

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula el valor de la integral

$$\int_{-1}^{2} \frac{2x^3 - x^2 - 12x - 3}{x^2 - x - 6}\,dx$$

Ejercicio 2.- Considera la curva de ecuación $y = x^2 - 2x + 3$.

(1) [1,5 puntos]. Halla una recta que sea tangente a dicha curva y que forme un ángulo de 45º con el eje de abscisas.

(2) [1 punto] ¿Hay algún punto de la curva en el que la recta tangente sea horizontal? En caso afirmativo, halla la ecuación de dicha recta tangente; en caso negativo, explica por qué.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos]. Prueba que todos los planos de la familia

$$(3 + \lambda)x + (3 - \lambda)y + (5 - 2\lambda)z = \lambda$$

(con $\lambda \in \mathbb{R}$) contienen una misma recta y halla unas ecuaciones paramétricas de dicha recta.

Ejercicio 4.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(1) [1 punto]. Calcula A^tA y AA^t donde A^t denota la matriz traspuesta de A.

(2) [1,5 puntos]. Siendo X una matriz columna, discute y, en su caso, resuelve la ecuación matricial $AA^tX = \lambda X$, según los valores del parámetro real λ.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- (1) [1 punto]. Halla las asíntotas de la gráfica de la función definida para $x > 0$ por

$$f(x) = \frac{1 + x^2}{x}$$

(2) [1 punto]. Halla las regiones de crecimiento y de decrecimiento de f indicando sus máximos y mínimos locales y globales si los hay.

(3) [0,5 puntos]. Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos]. Encuentra la función derivable f: $[-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ que cumple $f(1) = -1$ y

$$f'(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & si\ -1 \le x < 0 \\ e^x - 1 & si\ 0 \le x \le 1 \end{cases}$$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos]. Clasifica el siguiente sistema de ecuaciones según los valores del parámetro λ,

$$\begin{aligned} (1+\lambda)x + y + z &= 1 \\ x + (1+\lambda)y + z &= \lambda \\ x + y + (1+\lambda)z &= \lambda^2 \end{aligned}$$

Ejercicio 4.- (1) [1,75 puntos]. Halla la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto C(3, 2) y una de cuyas rectas tangentes tiene de ecuación $4x - 3y - 5 = 0$.

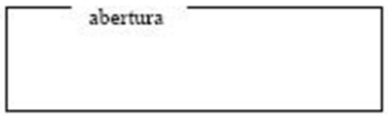
(2) [0,75 puntos]. Determina si el punto X = (3, 3) es interior, es exterior o está en la circunferencia.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

199? - 2

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] En un terreno llano se desea acotar una parcela rectangular usando 80 m de tela metálica para vallarla, pero dejando en uno de sus lados una abertura de 20 m sin vallar tal como se muestra en la figura:



Halla las dimensiones de la parcela rectangular de área máxima que puede acotarse de esa manera y el valor de dicha área.

Ejercicio 2.- Las coordenadas (a, b) del centro de gravedad de una lámina de densidad uniforme que está limitada por la curva y = sen(x) y la porción del eje OX comprendida entre x = 0 y x = $\frac{\pi}{2}$, viene dada por:

$$a = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} xsenx\, dx}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} senx\, dx} \quad y \quad b = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} (senx)^2\, dx}{2\int_0^{\frac{\pi}{2}} senx\, dx}$$

(1) [1 punto] Describe el método de integración por partes.

(2) [1,5 puntos] Utiliza dicho método para calcular el centro de gravedad de la lámina sabiendo que $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (senx)^2 \; = \frac{\pi}{4}$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos]. Del sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas

$$\begin{cases} ax + by + 1 = 0 \\ a'x + b'y + c = 0 \end{cases}$$

se sabe que x = 1, y = 2 es una solución y que x = 7, y = 3 es otra solución. ¿Qué puede afirmarse respecto de las soluciones del sistema?, ¿cuántas tiene?, ¿cuáles son?

Ejercicio 4.- Considera los puntos A = (2, −1, −2) y B = (−1, −1, 2).

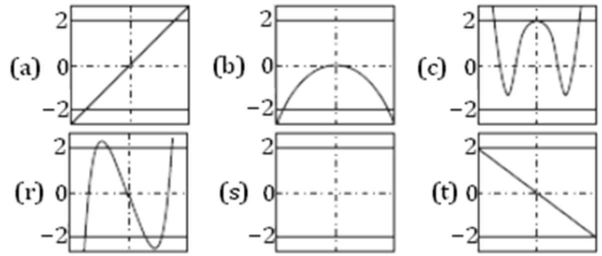
(1) [1 punto]. Determina los puntos del segmento AB que lo dividen en tres segmentos iguales.

(2) [1,5 puntos]. Encuentra un punto C sobre la recta $r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ de forma que el triángulo ABC sea rectángulo en C.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos]. Se toma una cuerda de 5 metros de longitud y se unen los extremos. Entonces podemos construir con ella un triángulo isósceles de diferentes medidas. Calcula, de manera razonada, las medidas del que tiene mayor área.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos]. Las gráficas (a), (b) y (c) corresponden, respectivamente, a tres funciones derivables f, g y h. ¿Podrían representar las gráficas (r), (s) o (t) a las gráficas de f', g' o h' (no necesariamente en ese orden)? Justifica la respuesta en cada caso.



Ejercicio 3.- Un punto M se mueve en el espacio tridimensional de manera que en un instante de tiempo t se encuentra en el punto (1+ t, 3 + t, 6 + 2t).

(1) [0,5 puntos]. ¿Es esta trayectoria una línea recta? Si es así, escribe sus ecuaciones de dos formas distintas.

(2) [1 punto] Halla el instante de tiempo en el que el punto está en el plano dado por la ecuación x – 2y + z – 7 = 0.

(3) [1 punto] Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a la trayectoria de M y pasa por el punto (1, 1, 0).

Ejercicio 4.- (1) [1 punto] Sean A y B dos matrices cuadradas del mismo orden que tienen inversa. Razona si su producto A·B también tiene inversa.

(2) [1,5 puntos] Dadas las matrices C = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, D = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, determina si C·D tiene inversa y, en su caso, hállala.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

199? - 3

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea $f: (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función logaritmo neperiano, f(x) = Ln(x)

(1) [1 punto]. Prueba que la función derivada f' es decreciente en todo su dominio.

(2) [1,5 puntos]. Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $g: (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ dada por $g(x) = f(x)/x$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos]. Dibuja y calcula el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dadas por $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3 - 2x$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos]. Determina y representa el lugar geométrico formado por los puntos P(x, y) del plano que verifican la siguiente propiedad: El triángulo PAB cuyos vértices son P, A(2, 0) y B(–2, 0) es un triángulo rectángulo con ángulo recto en P.

Ejercicio 4.- La matriz cuadrada X de orden 3 verifica la relación

$$X^3 + X = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(1) [1 punto]. Determina, si es posible, el rango de X.

(2) [1,5 puntos] ¿Verifica alguna de las matrices A y B siguientes la relación del enunciado?

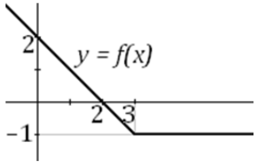
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- La función derivada de una función derivable $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ viene dada por la gráfica de la figura. Además, se sabe que $f(-1) = 9/2$.

(1) [2 puntos]. Determina una expresión algebraica de f.

(2) [0,5 puntos]. Calcula $\lim_{x\to 3} f(x)$.



Ejercicio 2.- [2,5 puntos].Calcula una primitiva de la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2x^2\operatorname{sen}(x)$ cuya gráfica pase por el origen de coordenadas.

Ejercicio 3.- Sea el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcl} x + y & = & 1 \\ my + z & = & 0 \\ x + (1+m)y + mz & = & 1+m \end{array}\right\}$$

(1) [1,5 puntos] Estudia su comportamiento según los valores del parámetro m.

(2) [1 punto]. Resuélvelo para $m = 2$.

Ejercicio 4.- (1) [2 puntos]. ¿Cuál es el punto P de la recta r dada por $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ x - 2y - 4z = 1 \end{cases}$ que está más cerca del punto A = (2, 3, –1).

(2) [0,5 puntos]. Halla el área del triángulo cuyos vértices son A, P y B(1, 0, 0).

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

199? - 4

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} x & si\ x \leq 0 \\ xsenx & si\ x > 0 \end{cases}$

(1) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f. (2) [1,5 puntos] Calcula $\int_{-1}^{\frac{\pi}{2}} 2f(x)dx$

Ejercicio 2.- Sea k un número real y sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \cos(x) + kx.$$

(1) [1,25 puntos]. Determina todos los valores de k para los que la función anterior es creciente en todo su dominio.

(2) [1,25 puntos]. Para $k = 1$ halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa x = 0.

Ejercicio 3.- Sea π el plano que pasa por los puntos (1, 0, 0), (0, 1, 1) y (1, 1, 1). Sea A el punto (1, 2, 3) y sea B el simétrico de A respecto del plano π.

(1) [1,5 puntos]. Halla la recta que pasa por A y por el punto medio de AB.

(2) [1 punto] Halla la recta paralela a la anterior que pasa por el punto (2, 2, 2).

Ejercicio 4.- [2,5 puntos]. Sea A la matriz dada por A = $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -7 \\ 2 & a & b \\ c & -a & d \end{pmatrix}$

Halla a, b, c y d sabiendo que:

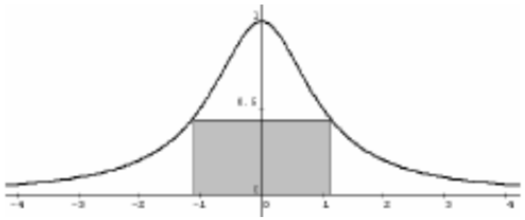
(i) El vector cuyas coordenadas son las que aparecen en la primera columna de A es ortogonal al vector (1, –1, 1)

(ii) El producto vectorial del vector cuyas coordenadas son las de la tercera columna de A por el vector (1, 0, 1) es el vector (–2, 3, 2).

(iii) El rango de la matriz A es 2.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] De entre todos los rectángulos inscritos, como indica la figura, entre la gráfica de la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ y el eje OX, halla el de mayor área.



Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Dibuja y calcula el área del recinto limitado por la recta y + x = 0 y la curva de ecuación $y = x^2 + 4x + 4$.

Ejercicio 3.- (1) [1,5 puntos] Discute el siguiente sistema según los valores del parámetro b.

$$\left.\begin{aligned} x + y + bz &= b^2 \\ -x + y + z &= -3 \\ bx + y + z &= 3b \end{aligned}\right\}$$

(2) [1 punto] Resuélvelo cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4.- Un objeto se mueve en el espacio siguiendo una línea recta cuya dirección viene dada por el vector v = (1, 2, –1). En su movimiento, dicho objeto pasa por el punto A = (2, 1, 2).

(1) [1 punto] Calcula los puntos de corte de la trayectoria del objeto con los planos coordenados.

(2) [0,75 puntos] Calcula la ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a dicha trayectoria.

(3) [0,75 puntos]. ¿Cuál es el ángulo que forma la trayectoria del objeto con el plano XOY?

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

199? - 5

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Considera la función $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ dada por $f(x)=\frac{Lnx}{x}$, donde $Ln(x)$ es el logaritmo neperiano de x.

(1) [1,5 puntos]. Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento así como los extremos relativos de *f*.

(2) [1 puntos]. Calcula la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto de corte de dicha gráfica con el eje OX.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina una primitiva F de la función *f* dada (en los puntos donde no se anula el denominador) por $f(x)=\frac{x^3-2x+3}{x-x^2}$ tal que la gráfica de F pase por el punto (2, Ln(8)).

Ejercicio 3.- De todos los planos que contienen la recta $r\equiv\begin{cases}x-4y+9=0\\3y-z-9=0\end{cases}$.

(1) [1 punto]. Determina el que pasa por el punto P = (1, 4, 0).

(2) [1,5 puntos] Determina uno que esté a 3 unidades de distancia del origen, ¿cuántas soluciones hay?

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Clasifica el siguiente sistema de ecuaciones lineales según los valores del parámetro real *m*.

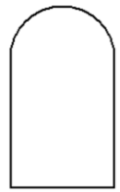
$$\begin{cases}5x\ +\ 4y\ +\ 2z=0\\2x\ +\ 3y\ +\ z=0\\4x-y+m^3z=m-1\end{cases}$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida en la forma $f(x)=xe^{2x}$.

(1) [1 punto] Determina los extremos relativos de f (donde se alcanza y cuál es su valor)

(2) [1,5 puntos] Determina el valor de la integral $\int_0^{\frac{1}{2}}[1+f(x)]dx$



Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Se desea construir una ventana como la de la figura (en la que la parte superior es una semicircunferencia) que tenga un perímetro de 6 m. ¿Qué dimensiones debe tener para que su superficie sea máxima?

Ejercicio 3.-

(1) [1 punto] Define el concepto de inversa de una matriz cuadrada.

(2) [0,75 puntos] Da algún criterio que permita decidir si una matriz cuadrada es invertible.

(3) [0,75 puntos] ¿Es invertible la matriz A siguiente? Justifica la respuesta.

$$A=\begin{pmatrix}1&0&1\\2&1&3\\0&-1&-1\end{pmatrix}$$

Ejercicio 4.- Considera la recta *r* y el plano π dados, en función de un parámetro real *a*, por $r\equiv\begin{cases}x+(1+a)y+z=0\\(2+a)x-y-2z=0\end{cases}$ y $\pi\equiv 3x-z=a$

(1) [1,75 puntos] Estudia la posición relativa de la recta y el plano según los valores del parámetro *a*.

(2) [0,75 puntos]. Para *a* = 1 determina el punto de intersección de la recta con el plano.

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

1998 - 6

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos]. La función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por $f(x)=\begin{cases} x^2+bx+c & si\ \ x\le 0 \\ \frac{Ln(x+1)}{x} & si\ \ x>0\end{cases}$ es derivable en el punto x = 0. ¿Cuánto valen b y c? (Nota: Ln(t) es el logaritmo neperiano de t)

Ejercicio 2.- [2,5 puntos]. De las funciones continuas $f, g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ se sabe:

$\int_1^2[f(x)+g(x)]dx=3;\ \int_2^3 3[f(x)-g(x)]dx=3;\ \int_1^3 f(x)dx=3;\ \int_1^2 2f(x)dx=3$

Calcula, si es posible, $\int_1^3 g(x)dx$ y, si no es posible, di por qué.

Ejercicio 3.- Los puntos A = (1, 2) y B = (5, 6) son los extremos de un diámetro de una circunferencia.

(1) [1,5 puntos] Calcula la ecuación de la circunferencia.

(2) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en el punto A.

Ejercicio 4.- Se dice que dos matrices A y B son semejantes cuando existe una matriz invertible P tal que AP = PB.

(1) [1,5 puntos] Prueba que las matrices A = $\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix}$ y B = $\begin{pmatrix}2&0\\0&-1\end{pmatrix}$ son semejantes.

(2) [1 punto] Resuelve los sistemas: $\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$

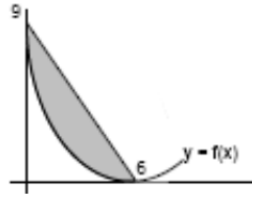
OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función dada por $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 2x$.

(1) [1,5 puntos] Demuestra que la recta de ecuación y = –2x + 1 es tangente a la gráfica de la función y halla el punto de tangencia correspondiente.

(2) [1 punto]. ¿Corta esta recta tangente a dicha gráfica en algún punto distinto al de tangencia?

Ejercicio 2.- La gráfica de la función f de la figura corresponde a una función polinómica de grado 2.



(1) [1,5 puntos] Determina una expresión algebraica de la función f.

(2) [1 punto] Calcula el área de la región sombreada.

Ejercicio 3.- Un paralelogramo cuyo centro es M = (3/2, 3, 4) tiene por vértices los puntos A = (1, 2, 3) y B = (3, 2, 5).

(1) [1 punto]. Halla las coordenadas de los otros dos vértices.

(2) [1 punto]. Halla la ecuación de la recta que pasa por M y es perpendicular al plano que contiene al paralelogramo.

(3) [0,5 puntos]. Calcula el área del paralelogramo.

Ejercicio 4.- Se dice que una matriz A cuadrada de orden 3 es ortogonal si su inversa A^{-1} y su traspuesta A^t coinciden. Dado un número real x, sea B la matriz B = $\begin{pmatrix}cosx & senx & 0\\ -senx & cosx & 0\\ 0&0&-1\end{pmatrix}$

(1) [1,5 puntos] ¿Es ortogonal la matriz B?

(2) [1 punto] ¿Es B^2 ortogonal?

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

1999

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida en la forma

$$f(x) = 1 + x|x|.$$

(1) [1 punto] Halla la derivada de f.

(2) [0,5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

(3) [1 punto]. Calcula $\int_{-1}^{2} xf(x)dx$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] De la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida en la forma $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ se sabe que tiene un máximo relativo en x = 1, un punto de inflexión en (0, 0) y que   Calcula a, b, c y d.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos]. Halla el punto del plano de ecuación x – z = 3 que está más cerca del punto P = (3, 1, 4) así como la distancia entre el punto P y el plano dado.

Ejercicio 4.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 2a & -b & 3c \\ 3a & 0 & 4c \end{pmatrix}$ donde a, b y c son no nulos.

(1) [1 punto]. Determina el número de columnas de A que son linealmente independientes.

(2) [1,5 puntos]. Calcula el rango de A y razona si dicha matriz tiene inversa.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.-

(1) [1 punto] Dibuja la región limitada por la curva de ecuación y = x(3 – x) y la recta de ecuación y = 2x – 2.

(2) [1,5 puntos] Halla el área de la región descrita en el apartado anterior.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos]. Dada la función $f:[1,e]\to\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{1}{x} + Lnx$ (donde $Ln(x)$ es el logaritmo neperiano de x), determina cuál de las rectas tangentes a la gráfica de f tiene la máxima pendiente.

Ejercicio 3.- Sean los vectores: u = (–1, 2, 3), v = (2, 5, –2), x = (4, 1, 3) y z = (4, 1, –8)

(1) [1 punto]. ¿Se puede expresar x como combinación lineal de u y v? Si es así, escribe dicha combinación lineal; si no es así, explica por qué.

(2) [1 punto]. ¿Se puede expresar z como combinación lineal de u y v? Si es así, escribe dicha combinación lineal; si no es así, explica por qué.

(3) [0,5 puntos]. ¿Son u, v y z linealmente independientes? Justifica la respuesta.

Ejercicio 4.-

(1) [2 puntos] Calcula un punto R de la recta s dada por $\begin{cases} x - y - 5 = 0 \\ x - 3y - z - 7 = 0 \end{cases}$ que equidiste de los puntos P(1, 0, –1) y Q(2, 1, 1).

(2) [0,5 puntos] Calcula el área del triángulo determinado por los puntos P, Q y R.

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2000 - 1

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- (a) [1 punto] Dibuja el recinto limitado por los semiejes de coordenadas y las curvas: $y = x^2 + 1$, $y = 2/x$ e $y = x - 1$

(b) [1,5 puntos] Halla el área del recinto considerado en el apartado anterior.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula a y b sabiendo que la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} ax + 5x^2 & si\ \ x \le 2 \\ \frac{a}{x} + bx & si\ \ x > 2 \end{cases}$ es derivable.

Ejercicio 3.- Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 2$, calcula los siguientes determinantes y enuncia las propiedades que utilices:

(a) [1 punto] $\begin{vmatrix} 3a & 3b & 15c \\ d & e & 5f \\ g & h & 5i \end{vmatrix}$

(b) [1,5 puntos] $\begin{vmatrix} a+2b & c & b \\ d+2e & f & e \\ g+2h & i & h \end{vmatrix}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Halla la distancia entre el origen de coordenadas y la recta intersección de los planos de ecuaciones respectivas $x + y + 2z = 4$ y $2x - y + z = 2$

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] De entre los rectángulos de 40 kilómetros de perímetro, calcula las dimensiones del que tiene área máxima.

Ejercicio 2.- (a) [1 punto] Dibuja el recinto limitado por la curva $y = \frac{9-x^2}{4}$, la recta tangente a esta curva en el punto de abscisa $x = 1$ y el eje de abscisas.

(b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto considerado en el apartado anterior.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula las coordenadas del punto simétrico del $(1, -3, 7)$ respecto de la recta dada por las ecuaciones $x - 1 = y + 3 = \frac{z-4}{2}$.

Ejercicio 4.- Considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} \lambda x + 2y = 3 \\ -x + 2\lambda z = -1 \\ 3x - y - 7z = \lambda + 1 \end{cases}$

(a) [1 punto] Halla todos los valores del parámetro λ para los que el sistema correspondiente tiene infinitas soluciones.

(b) [1 punto] Resuelve el sistema para los valores de λ obtenidos en el apartado anterior.

(c) [0,5 puntos] Discute el sistema para los restantes valores de λ.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2000 - 2

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Considera la función $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = 2 + x - x^2.$$

Calcula α, α < 2, de forma que $\int_{\alpha}^{2} f(x)dx = \frac{9}{2}$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula

$$\lim_{x\to 0}\frac{xsenx}{tgx^2}$$

Ejercicio 3.-

(a) [1,5 puntos] Halla la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos (0, 2), (0, −2) y (−1, 1).

(b) [1 punto] Determina los valores m tales que el punto (3, m) esté en la circunferencia determinada en (a).

Ejercicio 4.- Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x + 2y - 5z = 1 \\ 4x + y - 2z = 3 \\ 2x - 3y + az = b \end{cases}$$

(a) [1,75 puntos] Determina a y b sabiendo que el sistema tiene infinitas soluciones.

(b) [0,75 puntos] Resuelve el sistema resultante.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determina el valor de las constantes a, b y c sabiendo que la gráfica de la función $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = x(ax^2 + bx + c)$$

tiene un punto de inflexión en (−2, 12) y que en dicho punto la recta tangente tiene por ecuación 10x + y + 8 = 0.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula el valor de α, positivo, para que el área encerrada entre la curva $y = \alpha x - x^2$ y el eje de abscisas sea 36. Representa la curva que se obtiene para dicho valor de α.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula el punto de la recta de ecuaciones $x - 1 = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{-3}$ más cercano al punto A = (1, −1, 1).

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Considera la matriz A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & b & 3 \\ 4 & 1 & -b \end{pmatrix}$

(a) [1 punto] Determina para qué valores del parámetro b existe A^{-1}.

(b) [1,5 puntos] Calcula A^{-1} para $b = 2$.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2000 - 3

OPCIÓN A

Ejercicio 1.-

(a) [1 punto] Dibuja el recinto limitado por las curvas

$$y = e^{x+2}, \quad y = e^{-x} \quad \text{y} \quad x = 0.$$

(b) [1,5 puntos] Halla el área del recinto considerado en el apartado anterior.

Ejercicio 2.- Un objeto se lanza verticalmente hacia arriba desde un determinado punto. La altura en metros alcanzada al cabo de t segundos, viene dada por $h(t) = 5 - 5t - 5e^{-2t}$.

(a) Calcula el tiempo transcurrido hasta alcanzar la altura máxima y el valor de ésta.

(b) [1 punto] Teniendo en cuenta que la velocidad es $v(t) = h'(t)$, halla la velocidad al cabo de 2 segundos.

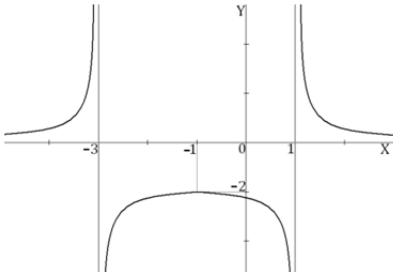
Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Determina la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos A = (1, 6) y B = (5, 2) y tiene su centro sobre la recta y = 2x.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, calcula $(A^t A^{-1})^2$

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se dispone de 2880 € para vallar un terreno rectangular colindante con un camino recto. Si el precio de la valla que ha de ponerse en el lado del camino es de 8 €/m y el de la valla de los restantes lados es de 1 €/m, ¿cuáles son las dimensiones y el área del terreno rectangular de área máxima que se puede vallar?

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina a, b y c para que la curva $y = \frac{a}{x^2+bx+c}$ sea la siguiente:



Ejercicio 3.- Los puntos A = (3, 3, 5) y B = (3, 3, 2) son vértices consecutivos de un rectángulo ABCD. El vértice C consecutivo de B está en la recta de ecuaciones $x = \frac{y-6}{-1} = \frac{z+1}{2}$. (a) [1,75 puntos] Determina el vértice C. (b) [0,75 puntos] Determina el vértice D.

Ejercicio 4.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \lambda \end{pmatrix}$; $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$; $O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ (a) [1 punto] Halla los valores de λ para los que la matriz A no tiene inversa. (b) [1,5 puntos] Tomando λ = 1, resuelve el sistema AX = O.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2000 - 4

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Considera la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}} & si\ x \neq 0 \\ 0 & si\ x = 0 \end{cases}$$

(a) [1,5 puntos] Calcular los límites laterales de f en x = 0. ¿Es f continua en x = 0? (b) [1 punto] Calcula el valor de la derivada de f en x = 1.

Ejercicio 2.- Considera la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (1+x)e^x$. (a) [15 puntos] Calcula $\int f(x)dx$. (b) [1 punto] Calcula una primitiva de f cuya gráfica pase por el punto (0, 3).

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Halla las ecuaciones de la recta que se apoya perpendicularmente en las rectas r y s definidas respectivamente por:

$$x-1 = y-2 = \frac{z-1}{-2} \qquad \frac{x-4}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$$

Ejercicio 4.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ y $U = \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \end{pmatrix}$. (a) [0,75 puntos] Halla los valores de x e y tales que AX = U. (b) [0,75 puntos] Halla la matriz A^{-1} y calcula $A^{-1}U$. (c) [1 punto] Encuentra los posibles valores de m para que los vectores $A \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$ sean linealmente dependientes.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determina una función polinómica de grado 3 sabiendo que verifica que alcanza un máximo en x = 1, que su gráfica pasa por el punto (1, 1) y que la recta de ecuación y = x es tangente a su gráfica en el punto de abscisa x = 0.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula la siguiente integral definida:

$$\int_0^2 \frac{dx}{x^2+x+3}$$

¿Qué representa geométricamente?

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula el volumen de un cubo sabiendo que dos de sus caras están, respectivamente, en los planos 2x − 2y + z −1 = 0 y 2x − 2y + z − 5 = 0.

Ejercicio 4.- Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + \lambda y + (\lambda - 1)z = 1 \\ y + z = 1 \\ 2x + y - z = -3 \end{cases}$$

(a) [1 punto] Halla todos los posibles valores del parámetro λ para los que el sistema correspondiente tiene al menos dos soluciones distintas. (b) [1 punto] Resuelve el sistema para los valores de λ obtenidos en el apartado anterior. (c) [0,5 puntos] Discute el sistema para los restantes valores de λ.

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2000 - 5

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula el valor de la integral

$$\int_{-1}^{3}(x^2+5)e^{-x}dx$$

Ejercicio 2.- Sea f la función definida para x ≠ −2 por

$$f(x)=\frac{x^2}{x+2}$$

(a) [1 punto] Halla las asíntotas de la gráfica de f. (b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, y los extremos locales de f. (c) [0,5 puntos] Teniendo en cuenta los resultados de los apartados anteriores, haz un esbozo de la gráfica de f.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Discute y resuelve el siguiente sistema según los valores de λ:

$$\begin{cases} x+\lambda y+z=0 \\ \lambda x+y+z=0 \\ x+y+\lambda z=0 \end{cases}$$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Halla las coordenadas del punto simétrico del punto P = (1, 2, −2) respecto del plano de ecuación 3x + 2y + z − 7 = 0.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Se ha observado que en una carretera de salida de una gran ciudad la velocidad de los coches entre las 2 h y las 6 h de la tarde viene dada por $v(t) = t^3 - 15t^2 + 72t + 8$ para t ∈ [2, 6] (a) [1,25 puntos] ¿A qué hora circulan los coches con mayor velocidad? Justifica la respuesta.

(b) [1,25 puntos] ¿A qué hora circulan los coches con menor velocidad? Justifica la respuesta.

Ejercicio 2.- Considera las funciones $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = 6 - x^2$, $g(x) = |x|$, $x \in \mathbb{R}$
(a) [1 punto] Dibuja el recinto limitado por las gráficas de f y g. (b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3.- Resuelve la ecuación matricial $A^2\cdot X = 2B$, siendo

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & -3\end{pmatrix}\ \ y\ \ B=\begin{pmatrix}1 & -1 & 4\\ 0 & -3 & 1\end{pmatrix}$$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Halla la ecuación del plano cuyo punto más próximo al origen es (−1, 2, 1).

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2001 - 1

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se quiere dividir la región plana encerrada entre la parábola y = x^2 y la recta y = 1 en dos regiones de igual área mediante una recta y = a. Halla el valor de a.

Ejercicio 2.- Sea f la función definida para x ≠ 1 por

$$f(x) = \frac{2x^2}{x-1}$$

(a) [1 punto] Determina las asíntotas de la gráfica de f. (b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f. (c) [0,5 puntos] Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] De las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

determina cuáles tienen inversa y en los casos en que exista, calcula el determinante de dichas inversas.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Determina el centro y el radio de la circunferencia que pasa por el origen de coordenadas, tiene su centro en el semieje positivo de abscisas y es tangente a la recta de ecuación x + y = 1.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 5x + 10 & si \ \ x \leq -1 \\ x^2 - 2x + 2 & si \ \ x > -1 \end{cases}$$

(a) [1 punto] Esboza la gráfica de f. (b) [1,5 puntos] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de f, el eje de abscisas y la recta x = 3.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Siendo Ln(x) el logaritmo neperiano de x, calcula:

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{Ln(x)}\right)$$

Ejercicio 3.- Considera: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & a & 2 \\ a & -1 & a-2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

(a) [1 punto] Determina el rango de A en función del parámetro a. (b) [0,75 puntos] Discute, en función de a, el sistema, dado en forma matricial, AX = B. (c) [0,75 puntos] Resuelve AX = B en los casos en que sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Considera los puntos A(1, 0, 3), B(3, –1, 0), C(0, –1, 2) y D(a, b, –1) Halla a y b sabiendo que la recta que pasa por A y B corta perpendicularmente a la recta que pasa por C y D.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2001 - 2

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función dada por $f(x) = |8 - x^2|$. (a) [1 punto] Esboza la gráfica y halla los extremos relativos de f (donde se alcanzan y cuáles son sus respectivos valores) (b) [1,5 puntos] Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con la recta tangente a la misma en el punto de abscisa x = –2.

Ejercicio 2.- Siendo Ln(x) el logaritmo neperiano de x, considera la función $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por $f(x) = xLn(x)$.Calcula: (a) [1,5 puntos] $\int f(x)dx$ (b) [1 punto] Una primitiva de f cuya gráfica pase por el punto (1, 0).

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sea la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} senx & -cosx & 0 \\ cosx & senx & 0 \\ senx + cosx & senx - cosx & 1 \end{pmatrix}$$

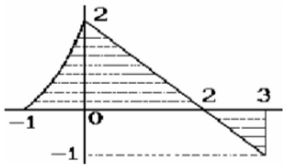
¿Para qué valores de x existe la matriz inversa de A? Calcula dicha matriz inversa.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por el punto A(1, 0, –1), es perpendicular al plano x – y + 2z + 1 = 0 y es paralelo a la recta $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] De la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ se sabe que $f''(x) = x^2 + 2x + 2$ y tiene una tangente horizontal en el punto P(1, 2). Halla la expresión de f.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Halla el área del recinto rayado que aparece en la figura adjunta sabiendo que la parte curva tiene por ecuación y = $\frac{2x+2}{1-x}$



Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula a sabiendo que los planos ax + y – 7z = –5 y x + 3y + a^2z = 8 se cortan en una recta que pasa por el punto A(0, 2, 1) pero que no pasa por el punto B(6, –3, 2).

Ejercicio 4.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ (a) [1 punto] Siendo I la identidad 3×3 y O la matriz nula 3×3, prueba que $A^3 + I = O$. (b) [1,5 puntos] Calcula A^{10}.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2001 - 3

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x\to 0} \frac{(e^x-1)senx}{x^3-x^2}$

Ejercicio 2.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = |x^2 - 1|$ (a) [0,5 puntos] Esboza la gráfica de f (b) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f. (c) [1 punto] Calcula $\int_0^2 f(x)dx$

Ejercicio 3.- Se sabe que la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 0 & -a \\ 0 & -1 & 0 \\ b & 0 & b \end{pmatrix}$ verifica que det(A) = 1 y sus columnas son vectores perpendiculares dos a dos. (a) [1,5 puntos] Calcula los valores de a y b.

(b) [1 punto] Comprueba que para dichos valores se verifica que $A^{-1} = A^t$ donde A^t denota la matriz traspuesta de A.

Ejercicio 4.- Considera los planos $\pi_1 : 2x + 5 = 0$ y $\pi_2 : 3x + 3y - 4 = 0$ (a) [1,25 puntos] ¿Qué ángulo determinan ambos planos? (b) [1,25 puntos] Halla el plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a los planos dados.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Siendo Ln(x) el logaritmo neperiano de x, considera la función $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} a(x-1) & si -1 < x \le 1 \\ xLn(x) & si\ x > 1 \end{cases}$ (a) [1 punto] Determina el valor de a sabiendo que f es derivable. (b) [1,5 puntos] Calcula $\int_0^2 f(x)dx$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ sabiendo que su derivada segunda es constante e igual a 3 y que la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa x = 1 es 5x – y – 3 = 0.

Ejercicio 3.- Considera el sistema $\left.\begin{matrix} mx + y - z = 1 \\ x - my + z = 4 \\ x + y + mz = m \end{matrix}\right\}$ (a) [1,5 puntos] Discútelo según los valores de m. (b) [1 punto] ¿Cuál es, según los valores de m, la posición relativa de los planos cuyas ecuaciones respectivas son las tres que forman el sistema?

Ejercicio 4.- Sea la recta r de ecuaciones $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 3x + z = 0 \end{cases}$ (a) [1,5 puntos] Halla los puntos de r cuya distancia al origen es de 7 unidades.

(b) [1 punto] Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por el punto P(1, 2, –1)

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2001 - 4

OPCIÓN A

Ejercicio 1.-

(a) [1,25 puntos] Determina el valor de las constantes a y b sabiendo que la gráfica de la función definida por $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & si\ x \leq 0 \\ ax + b & si\ x > 0 \end{cases}$ admite recta tangente en el punto (0, 1).

(b) [1,25 puntos] ¿Existen constantes c y d para las cuales la gráfica de la función $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $g(x) = \begin{cases} e^{-x} & si\ x \leq 0 \\ cx^2 + d & si\ x > 0 \end{cases}$ admita recta tangente en el punto (0, 1)? (Justifica la respuesta)

Ejercicio 2.- Calcula:

(a) [1,25 puntos] $\lim_{x\to 0} \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$

(b) [1,25 puntos] $\lim_{x\to +\infty} x^2 e^{-3x}$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Determina la matriz X tal que AX – 3B = O, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -7 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Halla las coordenadas del punto simétrico de A(0, –1, 1) con respecto a la recta $\frac{x-5}{2} = y = \frac{z-2}{3}$

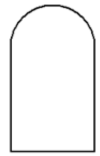
OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = -2x^3 - 9x^2 - 12x$.

(a) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

(b) [1,5 puntos] Determina los extremos relativos α y β de f con α < β y calcula $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina las dimensiones de una puerta formada por un rectángulo y un semicírculo (como en la figura), sabiendo que es la que tiene perímetro mínimo entre la que tienen área igual a 2 m².



Ejercicio 3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(a) [1,5 puntos] Calcula el determinante de las matrices $2A$, A^{31} y $(A^{31})^{-1}$.

(b) [1 punto] Halla la matriz A^{-1}.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Halla el punto de la recta $x = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}$ que equidista de A(1, 2, 1) y del origen de coordenadas.

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2001 - 5

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-x} & si\ x < 0 \\ 1 - mx - x^2 & si\ x \geq 0 \end{cases}$.

(a) [1,25 puntos] Determina m sabiendo que f es derivable.

(b) [1,25 puntos] Calcula $\int_{-1}^{1} f(x)dx$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Un hilo de alambre de 1 m de longitud se corta en dos trozos formando con uno de ellos una circunferencia y con otro un cuadrado. Prueba que la suma de las áreas es mínima cuando el lado del cuadrado es el doble que el radio de la circunferencia.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Resuelve el sistema de ecuaciones, dado en forma matricial, AX = −AX + B donde $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Ejercicio 4.- Considera el plano 2x + y + 2z − 4 = 0.

(a) [1,75] Halla el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano dado con los ejes coordenados.

(b) [0,75 puntos] Calcula la distancia del origen al plano dado.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Considera la función $f: [0, 4] \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 4x & si \quad 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{16}{(x+1)^2} & si \quad 1 < x < 3 \\ 4 - x & si \quad 3 \leq x \leq 4 \end{cases}.$$

(a) [1 punto] Esboza la gráfica de f.

(b) [1,5 puntos] Halla el área del recinto limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Considera la función $f: [0, 3] \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 3x - 2$. Calcula el punto de la gráfica de f más cercano al punto (2, 6) y calcula también el más alejado.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Determina todos los puntos del plano de ecuación 2x − y + 2z − 1 = 0 que equidistan de los puntos A(3, 0, −2) y B(1, 2, 0). ¿Qué representan geométricamente?

Ejercicio 4.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 1 \\ \lambda & 1 & \lambda \\ 0 & \lambda & 1 \end{pmatrix}$

(a) [1 punto] Determina para qué valores del parámetro λ la matriz A no tiene inversa.

(b) [1,5 puntos] Calcula, si es posible, la matriz inversa de A para λ = −2.

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2001 - 6

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Considera la función $f:(-\infty,10] \to \mathbb{R}$ definida por $f(x)=\begin{cases} a^x-6 & si\ x<2 \\ |x-5| & si\ 2\leq x<10 \end{cases}$. (a) [1 punto] Determina el valor de a sabiendo que f es continua (y que $a>0$) (b) [0,5 puntos] Esboza la gráfica de f (c) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f.

Ejercicio 2.-

(a) [0,5 puntos] Dibuja el recinto plano limitado por la curva $y=\frac{1}{2}+cosx$, los ejes de coordenadas y la recta x = π. (b) [2 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Determina a, b y c sabiendo que la matriz $A=\begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & a & 2 \\ -1 & b & c \end{pmatrix}$ verifica $A\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix}$ y rango(A) = 2.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Considera los tres planos siguientes: π_1: x + y + z = 1, π_2: x − y + z = 2 y π_3: 3x + y + 3z = 5

¿Se cortan π_1 y π_2? ¿Hay algún punto que pertenezca a los tres planos?

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula el área encerrada entre la curva y = x^3 − 4x y el eje de abscisas.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina α sabiendo que existe y es finito el límite

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}+\alpha x}{x-senx}$$

Calcula dicho límite.

Ejercicio 3.- (a) [1,5 puntos] Clasifica el siguiente sistema según los valores del parámetro m: $\left.\begin{array}{r} 2x+my=0 \\ x+mz=m \\ x+y+3z=1 \end{array}\right\}$ (b) [1 punto] Resuelve el sistema anterior para $m=6$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Considera los puntos A(1, 2, 3), B(3, 2, 1) y C(2, 0, 2). Halla el punto simétrico del origen de coordenadas respecto del plano que contiene a A, B y C.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2002 - 1

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Considera la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^{\frac{2x}{x^2+1}}$. (a) [1 punto] Calcula las asíntotas de la gráfica de f (b) [1,5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, y los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valores que alcanzan)

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina un polinomio P(x) de segundo grado sabiendo que P(0) = P(2) = 1 y $\int_0^2 P(x)dx = \frac{1}{3}$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Determina una matriz A simétrica (A coincide con su traspuesta) sabiendo que det(A) = – 7 y $A \cdot \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -12 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Calcula la ecuación de una recta que pasa por el punto de intersección del plano π: x + y − z + 6 = 0 con la recta $s \equiv \frac{x}{3} = y - 2 = z + 1$ y es paralela a la recta $r \equiv \begin{cases} 3x + y - 4 = 0 \\ 4x - 3y + z - 1 = 0 \end{cases}$

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \frac{9x-3}{x^2-2x}$, para x ≠ 0 y x ≠ 2

(a) [1 punto] Calcula las asíntotas de la gráfica de f (b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f

(c) [0,5 puntos] Con los datos obtenidos, esboza la gráfica de f

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = xe^{-x}$. Esboza el recinto limitado por la curva f(x), los ejes de coordenadas y la recta x = –1. Calcula su área.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Determina la matriz C que verifica la ecuación AX = X – B siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

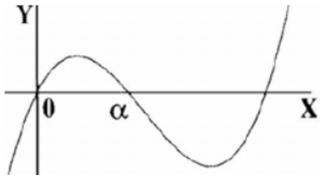
Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Calcula el área del triángulo de vértices A(1, 1, 2), B(1, 0, –1) y C(1, –3, 2).

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2002 - 2

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Consideremos $F(x) = \int_0^x f(t)dt$. (a) [1,5 puntos] Si f fuese la función cuya gráfica aparece en el dibujo, indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, razonando la respuesta: i) F(α) = 0. ii) F '(α) = 0. iii) F es creciente en (0, α). (b) [1 punto] Calcula F(1) siendo $f(t) = \frac{1}{\sqrt{t+1}}$



Ejercicio 2.- Considera la función f definida por $f(x) = \frac{x^2-2x+2}{x-1}$ para x ≠ 1. (a) [1,5 puntos] Calcula las asíntotas de la gráfica de f (b) [1 punto] Estudia la posición de la gráfica de f respecto de sus asíntotas.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & t & 0 \\ t & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calcula los valores de t para los que el determinante de A es positivo y halla el mayor valor que alcanza dicho determinante.

Ejercicio 4.- Los puntos A(1, 0, 2) y B(−1, 0, −2) son vértices opuestos de un cuadrado. (a) [1 punto] Calcula el área del cuadrado. (b) [1,5 puntos] Calcula el plano perpendicular al segmento de extremos AB que pasa por su punto medio.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Estudia la derivabilidad de la función $f : (0,+\infty) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} \sqrt{3+x^2} - x & si\ 0 < x \le 1 \\ \frac{1}{x} + \frac{x^2}{4} & si\ x > 1 \end{cases}$

Calcula la función derivada.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int_0^1 \frac{3x^3+1}{x^2-x-2}dx$.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones
$$\left.\begin{array}{r} x+3y+z=3 \\ 2x+my+z=m \\ 3x+5y+mz=5 \end{array}\right\}$$
(a) [1 punto] Determina, si es posible, un valor de m para que el correspondiente sistema tenga una y sólo una solución. (b) [1 punto] Determina, si es posible, un valor de m para que el correspondiente sistema tenga, al menos, dos soluciones. (c) [0,5 puntos] Determina, si es posible, un valor de m para que el correspondiente sistema no tenga soluciones.

Ejercicio 4.- Considera el plano π: x + 2y − z = 3 y el punto A(−1, −4, 2). (a) [1 punto] Halla la ecuación de la recta perpendicular a π que pasa por A. (b) [1,5 puntos] Halla el punto simétrico de A respecto de π.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

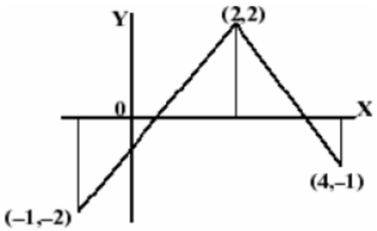
Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2003 - 1

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea Ln(x) el logaritmo neperiano de x y sea $f(x): D \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \frac{1}{x(Ln(x))^2}$ (a) [1 punto] Determina el conjunto D sabiendo que está formado por todos los puntos x ∈ ℝ para los que existe *f* (x). (b) [1,5 puntos] Usa el cambio de variable t = Ln(x) para calcular una primitiva de *f*.

Ejercicio 2.- Sea $f: [-1, 4] \to \mathbb{R}$ una función cuya derivada tiene por gráfica la de la figura.
(a) [1,5 puntos] Estudia el crecimiento y el decrecimiento de f y determina los valores donde alcanza sus extremos relativos. (b) [1 punto] Estudia la concavidad y la convexidad de *f*. ¿Tiene puntos de inflexión la gráfica de *f*?



Ejercicio 3.- [2,5 puntos] En el sector de las aceitunas sin hueso, tres empresas A, B y C, se encuentran en competencia. Calcula el precio por unidad dado por cada empresa sabiendo que verifican las siguientes relaciones: - El precio de la empresa A es 0'6 € menos que la media de los precios establecidos por B y C. - El precio dado por B es la media de los precios de A y C. - El precio de la empresa C es igual a 2 € más 2/5 del precio dado por A más 1/3 del precio dado por B.

Ejercicio 4.- Considera los puntos A(1, −3, 2), B(1, 1, 2) y C(1, 1, −1). (a) [1,25 puntos] ¿Pueden ser A, B y C vértices consecutivos de un rectángulo? Justifica la respuesta. (b) [1,25 puntos] Halla, si es posible, las coordenadas de un punto D para el que el paralelogramo ABCD sea un rectángulo.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determina el valor de las constantes *c* y *d* sabiendo que la gráfica de la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + 3x^2 + cx + d$ tiene como recta tangente en su punto de inflexión a la recta y = 3x +4.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int \frac{x^3+2x^2-2x+3}{x^2-1}dx$.

Ejercicio 3.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x & 1 & 0 \\ y & 0 & 0 \end{pmatrix}$
(a) [1 punto] Calcula la matriz inversa de A. (b) [1 punto] Calcula A^{127} y A^{128} (c) [0,5 puntos] Determina x e y tal que AB = BA

Ejercicio 4.- Considera los puntos A(1, 1, 1), B(2, 2, 2), C(1, 1, 0) y D(1, 0, 0)
(a) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a los puntos A y B y no corta a la recta determinada por C y D. (b) [1,25 puntos] Halla las ecuaciones de la recta determinada por los puntos medios de los segmentos AB y CD.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2003 - 2

OPCIÓN A

Ejercicio 1.-
(a) [1,5 puntos] Determina la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, sabiendo que $f'(x) = 2x^3 - 6x^2$ y que su valor mínimo es -12. (b) [1 punto] Calcula la ecuación de las rectas tangentes a la gráfica de f en los puntos de inflexión de su gráfica.

Ejercicio 2.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x|x-4|$ (a) [0,75 puntos] Esboza la gráfica de f. (b) [0,75 puntos] Estudia la derivabilidad en x = 4. (c) [1 punto] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Considera los puntos A(1, −1, 2), B(1, 3, 0) y C(0, 0, 1). Halla el punto simétrico de A respecto de la recta que pasa por B y C.

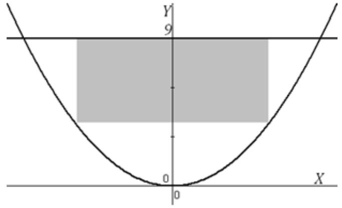
Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sean

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1-\alpha & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} \alpha-1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -\alpha & 0 \end{pmatrix}; b = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}; c = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Determina α, si es posible, para que los sistemas de ecuaciones (dados en forma matricial) AX = b y BX = c, tengan infinitas soluciones (cada uno de ellos)

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Considera el recinto limitado por la curva $y = \frac{x^2}{3}$ y la recta $y = 9$,



De entre los rectángulos situados como el de la figura, determina el que tiene área máxima.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea Ln(x) el logaritmo neperiano de x. Esboza el recinto limitado por los ejes coordenados y las gráficas y = 1 e y = Ln(x). Calcula su área.

Ejercicio 3.- Sea π el plano de ecuación 3x − y + 2z − 4 = 0 (a) [1 punto] Halla la ecuación del plano π_1 que es paralelo a π y pasa por el punto P(1, −2, 2). (b) [1,5 puntos] Halla la ecuación del plano π_2 perpendicular a ambos que contiene a la recta r: $\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + y - 4z = 1 \end{cases}$

Ejercicio 4.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ a & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ (a) [1 punto] Halla los valores de a para los que 3A tiene inversa. (b) [1,5 puntos] Calcula, si es posible, la inversa de la matriz A^2 para $a = 0$.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2003 - 3

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula una primitiva de la función f definida por

$$f(x) = \frac{2x^2 + 10x}{x^2 + 2x - 3}$$

para $x \neq 1$ y $x \neq -3$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3ax + b & si\ x \leq 0 \\ e^{x(ax+b)} & si\ x > 0 \end{cases}$$

Determina a y b sabiendo que f es derivable.

Ejercicio 3.- Considera $A = \begin{pmatrix} m & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -m \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ (a) [1 punto] ¿Para qué valores de m tiene inversa la matriz A? (b) [1,5 puntos] Resuelve, para $m = 2$, el sistema de ecuaciones AX = C.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Determina la recta que no corta al plano de ecuación x − y + z = 7 y cuyo punto más cercano al origen es (1, 2, 3).

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 - 5x^2 + 5x + 3$ y sea r la recta de ecuación 2x + y = 6. (a) [1,5 puntos] Determina, si es posible, un punto de la gráfica de f en el que la recta tangente sea r. (b) [1 punto] ¿Hay algún punto de la gráfica de f en el que la recta normal a la gráfica sea r? Justifica la respuesta.

Ejercicio 2.- Considera la curva de ecuación $y = \frac{x^3+2x}{x^2-2x-3}$. (a) [1,5 puntos] Determina sus asíntotas. (b) [1 punto] ¿Corta la curva a alguna de sus asíntotas en algún punto?

Ejercicio 3.- Denotamos por M^t la matriz traspuesta de una matriz M. Considera $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -3 \\ -2 & 9 & -6 \\ 1 & -4 & 4 \end{pmatrix}$ (a) [1,5 puntos] Calcula $(AB)^t$ y $(BA)^t$. (b) [1 punto] Determina una matriz X que verifique la relación $\frac{1}{2}X + (AB)^t = C$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sabiendo que las rectas $r \equiv \begin{cases} x + y - z = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x - 2y - z = a \\ 2x + z = a \end{cases}$ se cortan, determina a y el punto de corte.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2003 - 4

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- 2,5 puntos] De entre todas las rectas que pasan por el origen de coordenadas, determina las que son tangentes a la curva de ecuación $y = \frac{1}{4}x^2 + 4x + 4$. Calcula los puntos de tangencia correspondientes.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Considera la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por
$f(x) = x^2 e^{\frac{x}{2}}$ (a) [1 punto] Calcula $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
(b) [1,5 puntos] Calcula los intervalos de monotonía y los extremos locales de f (puntos donde se obtienen y valor que alcanzan)

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r} x - my + z = 1 \\ x + y + z = m + 2 \\ x + y + mz = 4 \end{array}\right\}$ (a) [1,5 puntos] Clasifícalo según los valores del parámetro m. (b) [1,5 puntos] Resuélvelo cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Halla el punto de la recta r: $\begin{cases} x + 3y + z = 1 \\ y + z = -1 \end{cases}$ que está más cercano al punto P(1, −1, 0).

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Estudia la derivabilidad de la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{senx}{x} & si\ x > 0 \\ 1 & si\ x \leq 0 \end{cases}$$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de la parábola $y = -(x - 2)^2 - 2$, la recta tangente a la gráfica de la parábola en el punto de abscisa $x = 3$, el semieje positivo de abscisas y el semieje negativo de ordenadas. Calcula su área.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Si desarrollarlo, calcula el valor del determinante de la matriz $\begin{pmatrix} k & x & 1 + ax \\ 2k & y & 2 + ay \\ 3k & z & 3 + az \end{pmatrix}$ y enuncia las propiedades que hayas usado.

Ejercicio 4.- Considera la recta r: $\begin{cases} x + z - a = 0 \\ y - az - 1 = 0 \end{cases}$ y el plano π: $2x - y = b$.
(a) [1,5 puntos] Determina a y b sabiendo que r está contenida en π. (b) [1 punto] Halla la ecuación de un plano que contenga r y sea perpendicular a π.

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2003 - 5

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $F: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ la función definida por $F(x) = \int_0^x \left(2t + \sqrt{t}\right)dt$ (a) [1,5 puntos] Determina F(1)
(b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de F en el punto de abscisa x = 1.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Una empresa quiere fabricar vasos de cristal de forma cilíndrica con una capacidad de 250 centímetros cúbicos. Para utilizar la mínima cantidad de cristal, se estudian las medidas apropiadas para que la superficie total del vaso sea mínima. ¿Cuáles deben ser dichas medidas? Justifica la respuesta.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Determina los puntos de la recta de ecuaciones $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{2}$ que equidistan de los planos de ecuaciones 3x + 4y – 1 = 0 y 4x – 3z – 1 = 0.

Ejercicio 4.- Considera el sistema de ecuaciones escrito en forma matricial
$$\begin{pmatrix} b & 1 & b \\ 0 & b & 1 \\ 1 & b & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$
(a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores del parámetro *b*. (b) [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida en la forma
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x^3 - x + \frac{2}{3} & si \quad x \le -2 \\ 0 & si \quad -2 < x \le 1. \\ \frac{1}{3}x^3 - x + \frac{2}{3} & si \quad 1 < x \end{cases}$$
Estudia la derivabilidad de *f*.

Ejercicio 2.- Considera las funciones *f*, *g*: [0, 2π] → ℝ definidas por *f*(x) = 2sen(x) y *g*(x) = sen(2x) (a) [1 punto] Dibuja la región del plano limitada por las gráficas de *f* y de *g* (b) [1,5 puntos] Calcula el área de la región descrita en el apartado anterior.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Halla la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto de intersección de las rectas de ecuaciones respectivas 2x – y –4=0, y x – 2y + 3 = 0 y es tangente a la recta x – 3y + 3 = 0. Calcula el punto de tangencia.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Un mayorista de café dispone de tres tipos base, Moka, Brasil y Colombia, para preparar tres tipos de mezcla, A, B y C, que envasa en sacos de 60 kg con los siguientes contenidos en kilos y precios del kilo en euros:

	Mezcla A	Mezcla B	Mezcla C
Moka	15	30	12
Brasil	30	10	18
Colombia	15	20	30
Precio (cada kg)	4	4,5	4,7

Suponiendo que el preparado de las mezclas no supone coste alguno, ¿cuál es el precio de cada uno de los tipos base de café?

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2004 - J

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- De la función f: $(-1, +\infty) \to \mathbb{R}$ se sabe que $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$ y que $f(2) = 0$. (a) [1,25 puntos] Determina f. (b) [1,25 puntos] Halla la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto (0, 1).

Ejercicio 2.- Considera la función f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (x+1)(x-1)(x-2)$. (a) [1 punto] Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 1.

(b) [1,5 puntos] Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f. ¿tiene puntos de inflexión la gráfica de f?

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r} mx - y = 1 \\ x - my = 2m - 1 \end{array}\right\}$. (a) [1,5 puntos] Clasifica el sistema según los valores de m. (b) [1 punto] Calcula los valores de m para los que el sistema tiene una solución en la que x = 3.

Ejercicio 4.- Sean los puntos A(1, 2, 1), B(2, 3, 1), C(0, 5, 3) y D(−1, 4, 3). (a) [1 punto] Prueba que los cuatro puntos están en el mismo plano. Halla la ecuación de dicho plano. (b) [0,75 puntos] Demuestra que el polígono de vértices consecutivos ABCD es un rectángulo. (c) [0,75 puntos] Calcula el área de dicho rectángulo.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Se sabe que la función f: $(-1, +\infty) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & si -1 < x < 0 \\ \frac{x^2+a}{x+1} & si\ x \geq 0 \end{cases}$ es continua en $(-1, +\infty)$.

(a) [1,25 puntos] Halla el valor de a. ¿Es f derivable en x = 0? (b) [1,25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina b sabiendo que $b > 0$ y que el área de la región limitada por la curva $y = x^2$ y la recta $y = bx$ es igual a 9/2.

Ejercicio 3.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (a) [1,25 puntos] Calcula A·B, A·C, $A^t \cdot B^t$ y $C^t \cdot A^t$, siendo A^t, B^t y C^t las matrices traspuestas de A, B y C, respectivamente.

(b) [1,25 puntos] Razona cuáles de las matrices A, B, C y A·B tienen matriz inversa y en los casos en que la respuesta sea afirmativa, halla la correspondiente matriz inversa.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Dados los vectores $\vec{u} = (2, 1, 0)$ y $\vec{v} = (-1, 0, 1)$, halla un vector unitario que sea coplanario con $\vec{u}$ y $\vec{v}$ y ortogonal a $\vec{v}$.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

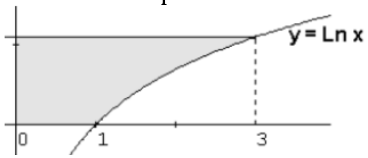
Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2004 - S

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se desea construir una caja cerrada de base cuadrada con una capacidad de 80 cm^3. Para la tapa y la superficie lateral se usa un material que cuesta 1 €/cm^2 y para la base se emplea un material un 50% más caro. Halla las dimensiones de la caja para que su coste sea mínimo.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Siendo Ln x el logaritmo neperiano de x, halla el área de la superficie sombreada.

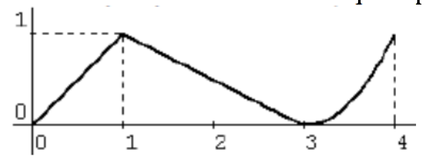


Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Determina a y b sabiendo que el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r} x+3y+z=1 \\ -x+y+2z=-1 \\ ax+by+z=4 \end{array}\right\}$ tiene al menos dos soluciones distintas.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Se sabe que el triángulo ABC es rectángulo en el vértice C, que pertenece a la recta de intersección de los planos y + z = 1 e y − 3z + 3 = 0, y que sus otros dos vértices son A(2, 0, 1) y B(0, −3, 0). Halla C y el área del triángulo ABC.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- De una función $f: [0, 4] \to \mathbb{R}$ se sabe que $f(1) = 3$ y que la gráfica de su función derivada es la que aparece en el dibujo.



(a) [0,5 puntos] Halla la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 1. (b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. ¿En qué punto alcanza la función f su máximo absoluto? (c) [1 punto] Estudia la concavidad y la convexidad de f.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula el área del recinto acotado que está limitado por la recta y = 2x, y por las curvas y = x^2 e y = $\frac{x^2}{2}$.

Ejercicio 3.- (a) [1 punto] Sabiendo que la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ -1 & a-1 & a \end{pmatrix}$ tiene rango 2, ¿cuál es el valor de a?

(b) [1,5 puntos] Resuelve el sistema de ecuaciones

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ -1 & -6 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Halla la perpendicular común a las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = \alpha \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x = \beta \\ y = \beta - 1 \\ z = -1 \end{cases}$$

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2005 - 1

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea f la función definida para x ≠ 1 por $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$. (a) [0,5 puntos] Halla las asíntotas de la gráfica de *f*. (b) [0,75 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f*.
(c) [0,75 puntos] Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de *f*. (d) [0,5 puntos] Esboza la gráfica de *f*.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula la integral $\int \frac{3x^3+x^2-10x+1}{x^2-x-2}\,dx$.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r} x+3y+z=5 \\ mx+2z=0 \\ my-z=m \end{array}\right\}$: (a) [1 punto] Determina los valores de m para los que el sistema tiene una única solución. Calcula dicha solución para m = 1. (b) [1 punto] Determina los valores de m para los que el sistema tiene infinitas soluciones. Calcula dichas soluciones. (c) [0,5 puntos] ¿Hay algún valor de m para el que el sistema no tiene solución?

Ejercicio 4.- Sea el punto P (1, 0, −3) y la recta $r \equiv \begin{cases} 2x-y-1=0 \\ x+z=0 \end{cases}$ (a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a P y es perpendicular a *r*.
(b) [1,5 puntos] Calcula las coordenadas del punto simétrico de P respecto de *r*.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determina los puntos de la parábola de ecuación y = 5 − x^2 que están más próximos al origen de coordenadas. Calcula la distancia entre los puntos obtenidos y el origen de coordenadas.

Ejercicio 2.- Se sabe que la función: $f: [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax} & si\ 0 \le x \le 8 \\ \frac{x^2-32}{x-4} & si\ x > 8 \end{cases}$ es continua en [0, +∞). (a) [0,5 puntos] Halla el valor de *a*. (b) [2 puntos] Calcula $\int_0^{10} f(x)dx$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Halla la matriz X que cumple que
$A \cdot X \cdot A - B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ siendo $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4.- Se sabe que los puntos A (*m*, 0, 1), B (0, 1, 2), C (1, 2, 3) y D (7, 2, 1) están en un mismo plano. (a) [1,5 puntos] Halla *m* y calcula la ecuación de dicho plano. (b) [1 punto] ¿Están los puntos B, C y D alineados?

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2005 - 2

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se sabe que $\lim_{x\to 0}\frac{x-\alpha senx}{x^2}$ es finito. Determina el valor de α y calcula el límite.

Ejercicio 2.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=\begin{cases}2x+4 & si\ x\le 0\\ (x-2)^2 & si\ x>0\end{cases}$ (a) [1 punto] Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con el eje de abscisas y esboza dicha gráfica. (b) [1,5 puntos] Halla el área de la región acotada que está limitada por la gráfica de f y por el eje de abscisas.

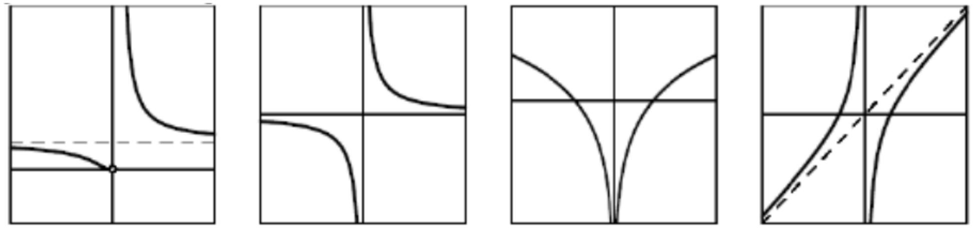
Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r}(b+1)x+y+z=2\\ x+(b+1)y+z=2\\ x+y+(b+1)z=-4\end{array}\right\}$:

(a) [1,5 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro b. (b) [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4.- Se sabe que las rectas $r\equiv\begin{cases}x+y-z-3=0\\ x+2y-2=0\end{cases}$ y $s\equiv\begin{cases}ax+6y+6=0\\ x-2z+2=0\end{cases}$ son paralelas. (a) [1,5 puntos] Calcula a. (b) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a las rectas r y s.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Considera las tres funciones cuyas expresiones respectivas vienen dadas, para x ≠ 0, por: $f(x)=\frac{x^2-1}{x}$, $g(x)=e^{\frac{1}{x}}$ y $h(x)=Ln|x|$, siendo Ln la función logaritmo neperiano. (a) [1,75 puntos] Halla las ecuaciones de las asíntotas de las gráficas de f, g y h. (b) [0,75 puntos] Identifica, entre las que siguen, la gráfica de cada función, justificando la respuesta.



Gráfica 1 Gráfica 2 Gráfica 3 Gráfica 4

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int_{-1}^{0}Ln(2+x)dx$; siendo Ln la función logaritmo neperiano.

Ejercicio 3.- Sea I la matriz identidad de orden 3 y sea $A=\begin{pmatrix}0 & 0 & -1\\ -1 & 1 & -1\\ 1 & 0 & b\end{pmatrix}$

(a) [1,25 puntos] Determina el valor de b para el que $A^2-2A+I=O$. (b) [1,25 puntos] Para $b=2$ halla la matriz X que cumple que $A\cdot X-2A^t=O$, donde A^t denota la matriz transpuesta de A.

Ejercicio 4.- Considera las rectas $r\equiv\begin{cases}x+z-2=0\\ x-y-1=0\end{cases}$ y $s\equiv\frac{x}{2}=y-1=\frac{z}{3}$ (a) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano π que contiene a s y es paralelo a r. (b) [1,25 puntos] Calcula la distancia de la recta r al plano π.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2005 - 3

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=\frac{5x+8}{x^2+x+1}$ (a) [0,5 puntos] Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes coordenados. (b) [0,5 puntos] Hallas las asíntotas de la gráfica de f. (c) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función) (d) [0,5 puntos] Esboza la gráfica de f

Ejercicio 2.- Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 - 5x + 4$. (a) [0,75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 3. (b) [1,75 puntos] Calcula el área de la región acotada que está limitada por el eje de ordenadas, por la gráfica de f y por la recta tangente obtenida.

Ejercicio 3.- Sea I la matriz identidad de orden 2 y sea $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ (a) [1 punto] Halla los valores de x para los que la matriz A − xI no tiene inversa. (b) [1,5 puntos] Halla los valores de a y b para los que $A^2 + aA + bI = O$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Calcula la distancia entre las rectas

$$r\equiv\begin{cases}x=6+\lambda\\ y=1-2\lambda\\ z=5-7\lambda\end{cases} \text{ y } s\equiv\begin{cases}2x-3y+1=0\\ 3x-y-2=0\end{cases}$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] De un terreno se desea vender un solar rectangular de 12800 m² dividido en tres parcelas iguales como las que aparecen en el dibujo. Si se quieren vallar las lindes de las tres parcelas (los bordes y las separaciones de las parcelas), determina las dimensiones del solar para que la longitud de la valla utilizada sea mínima.

Ejercicio 2.- Calcula las siguientes integrales: (a) [0,5 puntos] $\int \cos(5x+1)\,dx$ (b) [0,5 puntos] $\int \frac{1}{\sqrt{(x+2)^3}}\,dx$ (c) [1,5 puntos] $\int_0^1 xe^{-3x}\,dx$

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r}5x+2y-z=0\\ x+y+(m+4)z=my\\ 2x-3y+z=0\end{array}\right\}$

(a) [1 punto] Determina los valores del parámetro m para los que el sistema tiene una única solución. (b) [1,5 puntos] Resuelve el sistema cuando tenga infinitas soluciones y da una solución en la que z = 19.

Ejercicio 4.- Sean A(−3, 4, 0), B(3, 6, 3) y C(−1, 2, 1) los vértices de un triángulo. (a) [0,75 puntos] Halla la ecuación del plano π que contiene al triángulo. (b) [0,75 puntos] Halla la ecuación de la recta que es perpendicular a π y pasa por el origen de coordenadas. (c) [1 punto] Calcula el área del triángulo ABC.

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

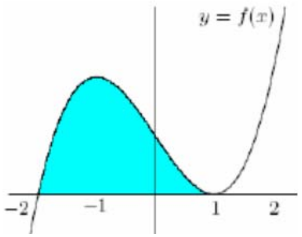
UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

2005 - 4

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Se sabe que la gráfica de la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ es la que aparece en el dibujo. (a) [1,25 puntos] Determina f (b) [1,25 puntos] Calcula el área de la región sombreada.



Ejercicio 2.- Sea f la función definida para $x \neq 2$ por $f(x) = \frac{x^2-4x+3}{x-2}$. (a) [1 punto] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f (b) [0,75 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. (c) [0,75 puntos] Calcula, si existen, el máximo y el mínimo absolutos de f en el intervalo [0, 2) (puntos en los que se obtienen y los valores que alcanza la función)

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Álvaro, Marta y Guillermo son tres hermanos. Álvaro dice a Marta: si te doy la quinta parte del dinero que tengo, los tres hermanos tendremos la misma cantidad. Calcula lo que tiene cada uno si entre los tres juntan 84 euros.

Ejercicio 4.- Considera el punto A(0,−3, 1), el plano $\pi \equiv 2x - 2y + 3z = 0$ y la recta $r \equiv x + 3 = y = \frac{z-3}{2}$ (a) [1 punto] Determina la ecuación del plano que pasa por A y contiene a r. (b) [1,5 puntos] Determina la ecuación de la recta que pasa por A, es paralela a π y corta a r.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- De la función $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{ax^2+b}{x}$ se sabe que la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa x = 1 viene dada por y = −2. (a) [1,5 puntos] Calcula a y b. (b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 sen(2x)$. Calcula la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto (0, 1).

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones $\left.\begin{aligned} x+my+z&=0\\ x+y+mz&=2\\ mx+y+z&=m\end{aligned}\right\}$ (a) [1 punto] ¿Para qué valor de m el sistema tiene al menos dos soluciones? (b) [1,5 puntos] ¿Para qué valores de m el sistema admite solución en la que x = 1?

Ejercicio 4.- Se sabe que las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 1+t\\ y=-1-t\\ z = b+t\end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x-y+z=3\\ 6x+2z=2\end{cases}$ están contenidas en un mismo plano. (a) [1,25 puntos] Calcula b. (b) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a las rectas r y s.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

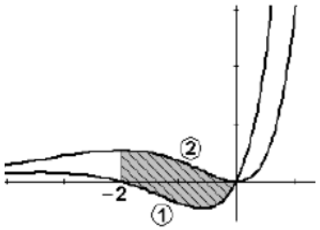
Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2005 - J

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] De la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ se sabe que tiene un máximo en $x = -1$, y que su gráfica corta al eje OX en el punto de abscisa $x = -2$ y tiene un punto de inflexión en el punto de abscisa $x = 0$. Calcula a, b, c y d sabiendo, además que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$ tiene pendiente 9.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Se sabe que las dos gráficas del dibujo corresponden a la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2e^x$ y a su función derivada f'. (a) [1 punto] Indica, razonando la respuesta, cuál es la gráfica de f y cuál la de f' (b) [1,5 puntos] Calcula el área de la región sombreada.



Ejercicio 3.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ (a) [1 punto] ¿Tiene A inversa? En caso afirmativo, calcúlala. (b) [1,5 puntos] Determina la matriz X que cumple que $AX + CB^t = BB^t$, siendo B^t la traspuesta de B.

Ejercicio 4.- Considera el punto P(2, 0, 1) y la recta $r \equiv \begin{cases} x + 2y = 6 \\ z = 2 \end{cases}$ (a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a P y a r. (b) [1,5 puntos] Calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida para $x \neq 0$ por $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$ (a) [1 punto] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f. (b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función). (c) [0,5 puntos] Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 2.- Considera la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^{-\frac{x}{2}}$ (a) [0,75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$. (b) [1,75 puntos] Calcula el área de la región acotada que está limitada por la gráfica de f, la recta de ecuación $x = 2$ y la recta tangente obtenida en (a).

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r} x + y + z = -2 \\ -\lambda x + 3y + z = -7 \\ x + 2y + (\lambda+2)z = -5 \end{array}\right\}$

(a) [1,5 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ. (b) [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4.- Sean los vectores $\vec{v}_1 = (0, 1, 0)$, $\vec{v}_2 = (2, 1, -1)$ y $\vec{v}_3 = (2, 3, -1)$ (a) [0,75 puntos] ¿Son los vectores $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ y $\vec{v}_3$ linealmente independientes? (b) [0,75 puntos] ¿Para qué valores de a, el vector $(4, a + 3, -2)$ puede expresarse como combinación lineal de los vectores $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ y $\vec{v}_3$?
(c) [1 punto] Calcula un vector unitario y perpendicular a $\vec{v}_1$, y $\vec{v}_2$.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2005 - S

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- De una función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ se sabe que $f(0) = 2$ y que $f'(x) = 2x$. (a) [1 punto] Determina *f*. (b) [1,5 puntos] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de *f*, por el eje de abscisas y por las rectas de ecuaciones x = –2 y x = 2.

Ejercicio 2.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (x-1)^2 e^{-x}$. (a) [0,5 puntos] Halla las asíntotas de la gráfica de *f*. (b) [1,5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f* y calcula, si existen, sus extremos relativos o locales y sus extremos absolutos o globales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).
(c) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de *f*.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] En una excavación arqueológica se han encontrado sortijas, monedas y pendientes. Una sortija, una moneda y un pendiente pesan conjuntamente 30 gramos. Además, 4 sortijas, 3 monedas y 2 pendientes han dado un peso total de 90 gramos. El peso de un objeto deformado e irreconocible es de 18 gramos. Determina si el mencionado objeto es una sortija, una moneda o un pendiente, sabiendo que los objetos que son del mismo tipo pesan lo mismo.

Ejercicio 4.- Considera un plano $\pi \equiv x + y + mz = 3$ y la recta $r \equiv x = y - 1 = \frac{z-2}{2}$ (a) [0,75 puntos] Halla m para que r y π sean paralelos. (b) [0,75 puntos] Halla m para que r y π sean perpendiculares. (c) [1 punto] ¿Existe algún valor de m para que la recta r esté contenida en el plano π?

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- De una función $f: [0,5] \to \mathbb{R}$ se sabe que $f(3) = 6$ y que su función derivada está dada por $f'(x) = \begin{cases} 5x-2 & si\ 0 < x < 1 \\ x^2 - 6x + 8 & si\ 1 \leq x < 5 \end{cases}$. (a) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto de abscisa x = 3. (b) [1,5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f* y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

Ejercicio 2.- Considera la integral definida $I = \int_3^8 \frac{1}{\sqrt{1+x}-1}\,dx$. (a) [1,25 puntos] Exprésala aplicando el cambio de variables $\sqrt{1+x} - 1 = t$. (b) [1,25 puntos] Calcula I.

Ejercicio 3.- Siendo $A = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 2$, calcula, indicando las propiedades que utilices los siguientes determinantes. (a) [1 punto] $|-3A|$ y $|A^{-1}|$ (b) [0,75 puntos] $\begin{vmatrix} c & b & a \\ f & e & d \\ 2i & 2h & 2g \end{vmatrix}$ (c) [0,75 puntos] $\begin{vmatrix} a & b & a-c \\ d & e & d-f \\ g & h & g-i \end{vmatrix}$

Ejercicio 4.- Sean los planos $\pi_1 \equiv 2x + y - z + 5 = 0$ y $\pi_2 \equiv x + 2y + z + 2 = 0$ (a) [1,5 puntos] Calcula las coordenadas del punto P sabiendo que está en el plano π_1 y que su proyección ortogonal sobre el plano π_2 es el punto (1, 0, −3). (b) [1 punto] Calcula el simétrico de P respecto del plano π_2.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2006 - 1

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x\to 0} \frac{Ln(1+x)-senx}{x\cdot senx}$, siendo $Ln(1+x)$ el logaritmo neperiano de 1 + x.

Ejercicio 2.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = e^{\frac{x}{3}}$. (a) [1 punto] ¿En qué punto de la gráfica de f la recta tangente a ésta pasa por el origen de coordenadas? Halla la ecuación de dicha recta tangente.
(b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto acotado que está limitado por la gráfica de f, la recta tangente obtenida y el eje de ordenadas.

Ejercicio 3.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (a) [1,25 puntos] ¿Para qué valores de m tiene solución la ecuación matricial A·X + 2B = 3C? (b) [1,25 puntos] Resuelve la ecuación matricial dada para m = 1.

Ejercicio 4.- Se sabe que los puntos A(1, 0, −1), B(3, 2, 1) y C(−7, 1, 5) son vértices consecutivos de un paralelogramo ABCD. (a) [1 punto] Calcula las coordenadas del punto D. (b) [1,5 puntos] Halla el área del paralelogramo.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea la función $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (x-1)Ln(x)$, donde Ln(x) el logaritmo neperiano de x. Calcula la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(1, -\frac{3}{2})$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Estudia la derivabilidad de la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por: $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1-|x|} & si\ x \neq -1\ y\ x \neq 1 \\ 0 & si\ x = -1\ o\ x = 1 \end{cases}$

Ejercicio 3.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ (a) [1,25 puntos] Siendo I la matriz identidad de orden 3, calcula los valores de λ para los que la matriz A + λI no tiene inversa. (b) [1,25 puntos] Resuelve el sistema A·X = 3X e interpreta geométricamente el conjunto de todas sus soluciones.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Los puntos A (1, 1, 0) y B (2, 2, 1) son vértices consecutivos de un rectángulo ABCD. Además, se sabe que los vértices C y D están contenidos en una recta que pasa por el origen de coordenadas. Halla C y D.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2006 - 2

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = Ln(x^2+1)$, siendo Ln la función logaritmo neperiano. (a) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función *f* (puntos donde se alcanzan y valor de la función).
(b) [1,5 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto de inflexión de abscisa negativa.

Ejercicio 2.- Sea f la función definida por $f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & si\ x \geq 0 \\ xe^{-x^2} & si\ x < 0 \end{cases}$ (a) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f en x = 0 y, si es posible, calcula la derivada de *f* en ese punto. (b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de *f*, el eje de abscisas y la recta x = –1.

Ejercicio 3.- Sean $\vec{u}$ = (x, 2, 0), $\vec{v}$ = (x, –2, 1) y $\vec{w}$ = (2, –x, –4x) tres vectores de $\mathbb{R}^3$
(a) [1 punto] Determina los valores de x para los que los vectores son linealmente independientes. (b) [1,5 puntos] Halla los valores de x para los que los vectores son ortogonales dos a dos.

Ejercicio 4.- Sea r la recta de ecuación $\begin{cases} x = a + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 4 - t \end{cases}$ y s la recta de ecuación $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{3}$ (a) [1,5 puntos] Calcula el valor de a sabiendo que las rectas *r* y *s* se cortan. (b) [1 punto] Calcula el punto de corte.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{Lnx} - \frac{1}{x-1}\right)$$

siendo Ln la función logaritmo neperiano.

Ejercicio 2.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} -\frac{a}{x} & si\ x \leq -1 \\ x^2 + 1 & si\ x > -1 \end{cases}$. (a) [0,75 puntos] Halla el valor de a sabiendo que f es continua. (b) [0,5 puntos] Esboza la gráfica de *f*. (c) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de *f*, el eje de abscisas y las rectas x + 2 = 0 y x – 2 = 0.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones lineales $\left.\begin{array}{r} \lambda x + y - z = 1 \\ x + \lambda y + z = \lambda \\ x + y + \lambda z = \lambda^2 \end{array}\right\}$

(a) [1,5 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ.

(b) [1 punto] Resuélvelo para λ = 2.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Halla un punto A de la recta r de ecuación $x = y = z$ y un punto B de la recta s de ecuación $x = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}$ de forma que la distancia entre A y B sea mínima.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2006 - 3

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=x^2-|x|$. (a) [0,75 puntos] Estudia la derivabilidad de f. (b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f. (c) [0,75 puntos] Calcula los extremos relativos de f (puntos donde se alcanzan y valor de la función).

Ejercicio 2.- Calcula. (a) [1,5 puntos] $\int \frac{5x^2-x-160}{x^2-25}\,dx$

(b) [1 punto] $\int (2x-3)\cdot tg(x^2-3x)dx$, siendo tgx la función tangente.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\left.\begin{aligned} \lambda x-y-z&=-1\\ x+\lambda y+z&=4\\ x+y+z&=\lambda+2\end{aligned}\right\}$$

(a) [1,5 puntos] Clasifica el sistema según los valores de λ. (b) [1 punto] Resuelve el sistema para λ = 2.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Determina los puntos de la recta r de ecuaciones $\begin{cases} x=0\\ y-1=\frac{z-3}{2}\end{cases}$ que equidistan del plano π de ecuación x + z = 1 y del plano π' de ecuación y − z = 3.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Un alambre de longitud 1 metro se divide en dos trozos, con uno se forma un cuadrado y con el otro una circunferencia. Calcula las longitudes de los dos trozos para que la suma de las áreas de ambos recintos sea mínima.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Halla la función $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ sabiendo que $f''(x) = 12x - 6$ y que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 2 tiene de ecuación 4x − y − 7 = 0.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Resuelve $AB^tX=-2C$, siendo B^t la matriz traspuesta de B y $A=\begin{pmatrix}1&0&3\\2&-1&0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1&3&0\\0&2&-2\end{pmatrix}$ $y\ C=\begin{pmatrix}1&4\\0&-1\end{pmatrix}$

Ejercicio 4.- Considera los puntos A (1, 0, −2) y B (−2, 3, 1). (a) [1 punto] Determina los puntos del segmento AB que lo dividen en tres partes iguales. (b) [1,5 puntos] Calcula el área del triángulo de vértices A, B y C, donde C es un punto de la recta de ecuación −x = y − 1 = z. ¿Depende el resultado de la elección concreta del punto C?

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2006 - 4

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determina un punto de la curva de ecuación $y = xe^{-x^2}$ en el que la pendiente de la recta tangente sea máxima.

Ejercicio 2.- Sea $I = \int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}dx$ (a) [1,25 puntos] Expresa I aplicando el cambio de variable t = 1 + x^2. (b) [1,25 puntos] Calcula el valor de I.

Ejercicio 3.- Considera $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & -a \end{pmatrix}$, siendo a un número real. (a) [1 punto] Calcula el valor de a para que $A^2 - A = \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 0 & 20 \end{pmatrix}$ (b) [1punto] Calcula, en función de a, los determinantes de 2A y A^t, siendo A^t la traspuesta de A. (c) [0,5 puntos] ¿Existe algún valor de a para el que la matriz A sea simétrica? Razona la respuesta.

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación 2x + y − z + 2 = 0 y la recta de ecuaciones $\frac{x-5}{-2} = y = \frac{z-6}{m}$ (a) [1 punto] Halla la posición relativa de r y π según los valores del parámetro m. (b) [0,75 puntos] Para m = −3, halla el plano que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π. (c) [0,75 puntos] Para m = −3, halla el plano que contiene a la recta r y es paralelo al plano π.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \frac{x^4+3}{x}$, para x ≠ 0. (a) [0,75 puntos] Halla, si existen, los puntos de corte con los ejes y las asíntotas de la gráfica de f. (b) [1 punto] Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos. (c) [0,75 puntos] Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] El área del recinto limitado por las curvas y= $\frac{x^2}{a}$ e $y = \sqrt{ax}$, con a > 0, vale 3. Calcula el valor de a.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Resuelve $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4.- Considera el punto P (3, 2, 0) y la recta r de ecuaciones $\begin{cases} x+y-z-3=0 \\ x+2z+1=0 \end{cases}$. (a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene al punto P y a la recta r. (b) [1,5 puntos] Determina las coordenadas del punto Q simétrico de P respecto de la recta r.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2006 - 5

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- (a) [1,5 puntos] Sea $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ la función dada por $f(x)=ax^2+b$. Halla los valores de a y b sabiendo que $\int_0^6 f(x)dx\ =6$ y que la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa 3 vale –12. (b) [1 punto] Sea $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ la función dada por $f(x)=x^2+px+q$. Calcula los valores de p y q sabiendo la función f tiene un extremo en x = –6 y su valor en él es –2.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int(x^2-1)e^{-x}dx$.

Ejercicio 3.- Sea $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 0 & m-3 & 3\\ m+1 & 2 & 0\end{pmatrix}$ (a) [1 punto] Determina los valores de $m\in\mathbb{R}$ para los que la matriz A tiene inversa. (b) [1,5 puntos] Para m = 0 y siendo X = (x y z), resuelve XA = (3 1 1).

Ejercicio 4.- Sea r la recta de ecuaciones $\frac{x-5}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{4}$ y s la recta dada por $\begin{cases}3x-2y+z=2\\ -x+2y-3z=2\end{cases}$. (a) [1,5 puntos] Determina la posición relativa de ambas rectas. (b) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a la recta r y es paralelo a la recta s.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$. (a) [0,75 puntos] Estudia si existen y calcula, cuando sea posible, las asíntotas de la gráfica de f (b) [1,25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos y los valores que alcanza en ellos la función f. (c) [0,5 puntos] Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Halla el área del recinto limitado por la gráfica de la función f(x) = sen(x) y las rectas tangentes a dicha gráfica en los puntos de abscisa x = 0 y x = π.

Ejercicio 3.- Sea $A=\begin{pmatrix}4 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ y sea I la matriz identidad de orden dos. (a) [1,25 puntos] Calcula los valores $\lambda\in\mathbb{R}$ tales que |A – λI| = 0 (b) [1,25 puntos] Calcula $A^2 - 7\cdot A + 10\cdot I$

Ejercicio 4.- Considera la recta r de ecuaciones $\begin{cases}x+y+z=1\\ x-2y+3z=0\end{cases}$ (a) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano que contiene a la recta r y no corta al eje OZ. (b) [1,25 puntos] Calcula la proyección ortogonal del punto A (1, 2, 1) sobre la recta r.

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2006 - 6

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$ la función dada por $f(x)=\frac{x(Lnx)^2}{(x-1)^2}$, siendo Ln la función logaritmo neperiano. Estudia la existencia de asíntota horizontal para la gráfica de esta función. En caso de que exista, hállala.

Ejercicio 2.- Sea $f:[0,4]\to\mathbb{R}$ una función tal que su función derivada viene dada por $f'(x)=\begin{cases}\frac{2}{3}x & si\ 0<x<3\\ -2x+8 & si\ 3\le x<4\end{cases}$ (a) [1,75 puntos] Determina la expresión de f sabiendo que $f(1)=\frac{16}{3}$. (b) [0,75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 1.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones lineales $\left.\begin{array}{r} x-y+z=2\\ x+\lambda y+z=8\\ \lambda x+y+\lambda z=10\end{array}\right\}$

(a) [1,5 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ. (b) [1 punto] Resuelve el sistema para λ = 2.

Ejercicio 4.- Considera los puntos A (2, 1, 2) y B (0, 4, 1) y la recta r de ecuación $x=y-2=\frac{z-3}{2}$. (a) [1,5 puntos] Determina un punto C de la recta r que equidiste de los puntos A y B. (b) [1 punto] Calcula el área del triángulo de vértices ABC.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Se sabe que la función $f:[0,5]\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\begin{cases}ax+bx^2 & si\ 0\le x<2\\ -4+\sqrt{x-1} & si\ 2\le x\le 5\end{cases}$ es derivable en el intervalo (0, 5). (a) [1,75 puntos] Calcula las constantes a y b. (b) [0,75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 2.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sean las funciones $f, g:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, dadas por $f(x)=x^2$ y $g(x)=\lambda\sqrt{x}$, donde λ es un número real positivo fijo. Calcula el valor de λ sabiendo que el área del recinto limitado por las gráficas de ambas funciones es 1/3.

Ejercicio 3.- Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 2 & 1 & 1\\ m-4 & 1 & 1-m\end{pmatrix}, X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}\ y\ O=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$ (a) [1 punto] Halla el valor de $m\in\mathbb{R}$ para el que la matriz A no tiene inversa.
(b) [1,5 puntos] Resuelve AX = O para m = 3.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Halla la ecuación de un plano que sea paralelo al plano π de ecuación x + y + z = 1 y forme con los ejes de coordenadas un triángulo de área $18\sqrt{3}$.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

2006 - 7

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$.
(a) [1,5 puntos] Determina a y $b \in \mathbb{R}$ sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto (2, 2) y tiene un punto de inflexión de abscisa x = 0. (b) [1 punto] Calcula las ecuaciones de las rectas tangentes y normal a la gráfica de f en el punto de inflexión.

Ejercicio 2.- Sea $f:(0,2)\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} Lnx & 0 < x \leq 1 \\ Ln(2-x) & 1 < x < 2 \end{cases}$, siendo Ln la función logaritmo neperiano.
(a) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f en el punto x = 1. (b) [1,5 puntos] Calcula $\int_1^{1,5} f(x)dx$.

Ejercicio 3.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$
(a) [1,25 puntos] Halla, si existe, la matriz inversa de AB + C. (b) [1,25 puntos] Calcula, si existen, los números reales x e y que verifican $C\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea la recta r de ecuaciones $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-1}$ y el plano π de ecuación x − y + z + 1 = 0. Calcula el área del triángulo de vértices ABC, siendo A el punto de corte de la recta r y el plano π, B el punto (2, 1, 2) de la recta r y C la proyección ortogonal del punto B sobre el plano π.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se desea construir una lata de conserva en forma de cilindro circular recto que tenga una superficie total de 200 cm². Determina el radio de la base y la altura de la lata para que el volumen sea máximo.

Ejercicio 2.- (a) [0,75 puntos] Haz un esbozo del recinto limitado por las curvas $y = \frac{15}{1+x^2}$ e $y = x^2 - 1$. (b) [1,75 puntos] Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones lineales
$$\left.\begin{aligned} x + y - z &= -4 \\ 3x + \lambda y + z &= \lambda - 1 \\ 2x + \lambda y &= -2 \end{aligned}\right\}$$
(a) [1,25 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ. (b) [0,75 puntos] Resuelve el sistema para λ = 1.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Halla las ecuaciones paramétricas de una recta que corta a la recta r de ecuaciones x = y = z, es paralela al plano π de ecuación 3x + 2y − z = 4 y pasa por el punto A (1, 2, −1).

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2007 - 1

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determina dos números reales positivos sabiendo que su suma es 10 y que el producto de sus cuadrados es máximo.

Ejercicio 2.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas mediante $f(x) = x^3 + 3x^2$ y $g(x) = x + 3$. (a) [1,25 puntos] Esboza las gráficas de f y g calculando sus puntos de corte. (b) [1,25 puntos] Calcula el área de cada uno de los dos recintos limitados entre las gráficas de f y g.

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & \lambda \end{pmatrix}$ (a) [1 punto] Determina la matriz B = $A^2 - 2A$. (b) [0,75 puntos] Determina los valores de λ para los que la matriz B tiene inversa. (c) [0,75 puntos] Calcula B^{-1} para λ = 1.

Ejercicio 4.- Considera los planos de ecuaciones x − y + z = 0 y x + y − z = 2. (a) [1 punto] Determina la recta que pasa por el punto A (l, 2, 3) y no corta a ninguno de los planos dados. (b) [1,5 puntos] Determina los puntos que equidistan de A (1, 2, 3) y B (2, 1, 0) y pertenecen a la recta intersección de los planos dados.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = 2x^3 + 12x^2 + ax + b$. Determina a y b sabiendo que la recta tangente a la gráfica de f en su punto de inflexión es la recta y = 2x + 3.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Dada la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = Ln(1 + x^2)$, halla la primitiva de f cuya gráfica pasa por el origen de coordenadas (Ln denota la función logaritmo neperiano).

Ejercicio 3.- (a) [1 punto] Calcula la matriz inversa de $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(b) [1,5 puntos] Escribe en forma matricial el siguiente sistema y resuélvelo usando la matriz A^{-1} hallada en el apartado anterior, $\left.\begin{matrix} x + y = 1 \\ y + z = -2 \\ x + z = 3 \end{matrix}\right\}$

Ejercicio 4.- Considera los puntos A (0, 3, −1) y B (0, 1, 5). (a) [1,25 puntos] Calcula los valores de x sabiendo que el triángulo ABC de vértices A (0, 3, −1), B (0, 1, 5) y C (x, 4, 3) tiene un ángulo recto en C. (b) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por los puntos (0, 1, 5) y (3, 4, 3) y es paralelo a la recta definida por las ecuaciones $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2007 - 2

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=\frac{3x+1}{\sqrt{x}}$ (a) [1,5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan). (b) [1 punto] Calcula el punto de inflexión de la gráfica de f.

Ejercicio 2.- Sea $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=x|x-2|$ (a) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f en x = 2. (b) [0,5 puntos] Esboza la gráfica de f. (c) [1 punto] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas.

Ejercicio 3.- Sean I la matriz identidad de orden 2 y $A=\begin{pmatrix}1 & m\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ (a) [1,25 puntos] Encuentra los valores de m para los cuales se cumple que $(A-I)^2=O$, donde O es la matriz nula de orden 2. (b) [1,25 puntos] Para m = 2, halla la matriz X tal que $AX-2A^t=O$, donde A^t denota la matriz traspuesta de A.

Ejercicio 4.- (a) [1,25 puntos] Halla los dos puntos que dividen al segmento de extremos A (1, 2, 1) y B (−1, 0, 3) en tres partes iguales. (b) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano perpendicular al segmento AB que pasa por su punto medio.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determina una función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ sabiendo que su derivada viene dada por $f'(x)=x^2+x-6$ y que el valor que alcanza f en su punto de máximo (relativo) es el triple del valor que alcanza en su punto de mínimo (relativo).

Ejercicio 2.- Sea $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=Ln(x+1)$ (Ln denota la función logaritmo neperiano). (a) [1 punto] Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 0. (b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f, la recta tangente obtenida en el apartado anterior y la recta x = 1.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones $\begin{aligned} ax+y+z&=4\\ x-ay+z&=1\\ x+y+z&=a+2\end{aligned}$ (a) [1,5 puntos] Resuélvelo para el valor de a que lo haga compatible indeterminado. (b) [1 punto] Resuelve el sistema que se obtiene para $a=-2$.

Ejercicio 4.- Considera los vectores: $\vec{u}=(1,1,m)$, $\vec{v}=(0,m,-1)$ y $\vec{w}=(1,2m,0)$. (a) [1,25 puntos] Determina el valor de m para que los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ sean linealmente dependientes. (b) [1,25 puntos] Para el valor de m obtenido en el apartado anterior, expresa el vector $\vec{w}$ como combinación lineal de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2007 - 3

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2\text{Ln}(x)$ (Ln denota la función logaritmo neperiano). (a) [1,5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan).

(b) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = \sqrt{e}$.

Ejercicio 2.- Considera las funciones $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definidas por $f(x) = e^{x-1}$ y $g(x) = e^{1-x}$. (a) [1,25 puntos] Esboza las gráficas de f y de g y determina su punto de corte. (b) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por el eje OY y las gráficas de f y g.

Ejercicio 3.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix}\alpha & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix}2 & 0\\ -1 & 1\end{pmatrix}$. (a) [0,75 puntos] Determina los valores de α para los que la matriz A tiene inversa.

(b) [1,75 puntos] Para α = 1, calcula A^{-1} y resuelve la ecuación matricial AX = B.

Ejercicio 4.- Sea r la recta definida por $\frac{x-2}{3} = \frac{y-k}{4} = \frac{z}{5}$ y s la recta definida por $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{3}$. (a) [1,25 puntos] Halla k sabiendo que las rectas r y s se cortan en un punto. (b) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano que contiene a las rectas r y s.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Tenemos que fabricar dos chapas cuadradas con dos materiales distintos. El precio de cada uno de estos materiales es 2 y 3 euros por centímetro cuadrado, respectivamente. Por otra parte, la suma de los perímetros de los dos cuadrados tiene que ser 1 metro. ¿Cómo hemos de elegir los lados de los cuadrados si queremos que el coste total sea mínimo?

Ejercicio 2.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x(x-3)^2$. (a) [1 punto] Calcula los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. (b) [0,5 puntos] Haz un esbozo de la gráfica de f. (c) [1 punto] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones $\begin{matrix} x+y+z=0\\ 2x+\lambda y+z=2\\ x+y+\lambda z=\lambda-1\end{matrix}$ (a) [1,5 puntos] Determina el valor de λ para que el sistema sea incompatible.

(b) [1 punto] Resuelve el sistema para λ = 1.

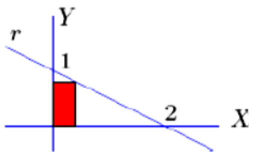
Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Halla la ecuación de la recta contenida en el plano de ecuación x + 2y + 3z − 1 = 0 que corta perpendicularmente a la recta definida por $\begin{cases} x = 2z+4\\ y = 2z+3\end{cases}$ en el punto (2, 1, −1).

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2007 - 4

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] De entre todos los rectángulos situados en el primer cuadrante que tienen dos de sus lados sobre los ejes coordenados y un vértice en la recta r de ecuación $\frac{x}{2} + y = 1$ (ver figura), determina el que tiene mayor área.



Ejercicio 2.- Sea $I = \int \frac{2}{2-e^x}\,dx$. (a) [1 punto] Expresa I haciendo el cambio de variable $t = e^x$. (b) [1,5 puntos] Calcula I.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Clasifica y resuelve el siguiente sistema según los valores de a,

$$\begin{aligned} x + y + z &= 0 \\ (a+1)y + 2z &= y \\ x - 2y + (2-a)z &= 2z \end{aligned}$$

Ejercicio 4.- Considera la recta r definida por $\frac{x-1}{\alpha} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{2}$ y el plano π de ecuación $2x - y + \beta z = 0$. Determina α y β en cada uno de los siguientes casos: (a) [1 punto] La recta r es perpendicular al plano π. (b) [1,5 puntos] La recta r está contenida en el plano π.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 e^{-x}$. (a) [1,5 puntos] Determina los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan). (b) [1 punto] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

Ejercicio 2.- Sea $f: (-2, 0) \to \mathbb{R}$ la función definida mediante

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{x} & si -2 < x \le -1 \\ \frac{x^2-\beta}{2} & si -1 < x < 0 \end{cases}.$$

(a) [1,5 puntos] Determina α y β sabiendo que f es derivable. (b) [1 punto] Calcula $\int_{-2}^{-1} f(x)dx$.

Ejercicio 3.- Se sabe que el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} -\lambda x + y + (\lambda+1)z &= \lambda + 2 \\ x + y + z &= 0 \\ (1-\lambda)x - \lambda y &= 0 \end{aligned}$$

tiene más de una solución.

(a) [1,5 puntos] Calcula, en dicho caso, el valor de la constante λ. (b) [1 punto] Halla todas las soluciones del sistema.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Calcula la distancia del punto P (1, −3, 7) a su punto simétrico respecto de la recta definida por $\left.\begin{aligned} 3x - y - z - 2 = 0 \\ x + y - z + 6 = 0 \end{aligned}\right\}$.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2007 - 5

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida, para x ≠ 2 y x ≠ −2, por $f(x) = (x-3)e^{x}$. (a) [1 punto] Calcula los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan). (b) [1,5 puntos] Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en su punto de inflexión.

Ejercicio 2.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} 1+\alpha x & si\ x<0 \\ e^{-x} & si\ x \geq 0 \end{cases}$.

(a) [1 punto] Determina el valor de α sabiendo que *f* es derivable. (b) [0,5 puntos] Haz un esbozo de la gráfica de *f*. (c) [1 punto] Calcula $\int_{-1}^{1} f(x)dx$.

Ejercicio 3.- (a) [1,5 puntos] Calcula el valor de *m* para el que la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & m \end{pmatrix}$ verifica la relación $2A^2 - A = I$ y determina A^{-1} para dicho valor de *m*. (b) [1 punto] Si M es una matriz cuadrada que verifica la relación $2M^2 - M = I$, determina la expresión de M^{-1} en función de M y de I.

Ejercicio 4.-

(a) [1,5 puntos] Encuentra la ecuación de la recta *r* que pasa por el origen de coordenadas y es paralela a los planos π_1 de ecuación x + y + z = $3\sqrt{3}$ y π_2 de ecuación −x + y + z = 2. (b) [1 punto] Halla la distancia de la recta *r* al plano π_1.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida, para x ≠ 2 y x ≠ −2, por $f(x) = \frac{x^2+3}{x^2-4}$.

(a) [1 punto] Determina las asíntotas de la gráfica de *f*. (b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de *f* (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan).

(c) [0,5 puntos] Esboza la gráfica de *f*.

Ejercicio 2.- Calcula. (a) [1 punto] $\int \frac{3x+4}{x^2+1}dx$.

(b) [1,5 puntos] $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cdot \cos(2x)\, dx$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones para los valores de m que lo hacen compatible: x + my = m
mx + y = m
mx + my = 1

Ejercicio 4.- Considera el punto P (1, 0, −2) y la recta r definida por $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 2x + y - 4z = 7 \end{cases}$ (a) [1,5 puntos] Determina la recta perpendicular a r que pasa por P. (b) [1 punto] Halla la distancia entre el punto P y su simétrico Q respecto de la recta r.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2007 - 6

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determina la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ sabiendo que $f''(x) = x^2 - 1$ y que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$ es la recta $y = 1$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\beta > 0$ para que el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^2$ y $g(x) = -x^2 + 2\beta^2$ sea 72 (unidades de área).

Ejercicio 3.- Sea A la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & \lambda \\ -5 & \lambda & -5 \\ \lambda & 0 & 3 \end{pmatrix}$ e I la matriz identidad de orden 3. (a) [1,25 puntos] Calcula los valores de λ para los que el determinante de $A - 2I$ es cero. (b) [1,25 puntos] Calcula la matriz inversa de $A - 2I$ para $\lambda = -2$.

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $2x + 2y - z - 6 = 0$ y el punto $P(1, 0, -1)$. (a) [1,25 puntos] Calcula la recta que pasa por el punto P y es perpendicular al plano π. (b) [1,25 puntos] Encuentra el punto simétrico de P respecto del plano π.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se quiere construir un depósito en forma de prisma de base cuadrada sin tapadera que tenga una capacidad de 500 m^3. ¿Qué dimensiones ha de tener el depósito para que su superficie sea mínima?

Ejercicio 2.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2$. (a) [0,75 puntos] Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$. (b) [1,75 puntos] Dibuja el recinto limitado por la gráfica de f, la recta tangente obtenida en el apartado anterior y el eje OX. Calcula su área.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones $x + y + mz = 1$, $my - z = -1$, $x + 2my = 0$. (a) [1,5 puntos] Clasifica el sistema según los valores de m. (b) [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $2x + 2y - z - 6 = 0$ y la recta r definida por $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$. (a) [1,25 puntos] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano π con los ejes de coordenadas. (b) [1,25 puntos] Calcula, razonadamente, la distancia de la recta r al plano π.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2008 - 1

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = x^2 + ax + b$ y $g(x) = c \cdot e^{-(x+1)}$ Se sabe que las gráficas de f y g se cortan en el punto $(-1, 2)$ y tienen en ese punto la misma recta tangente.
(a) [2 puntos] Calcula los valores de a, b y c. (b) [0,5 puntos] Halla la ecuación de dicha tangente.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Dadas las funciones $f: [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ y $g: [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = \sqrt[3]{x}$, calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\left.\begin{aligned} x + \lambda y - z &= 0 \\ 2x + y + \lambda z &= 0 \\ x + 5y - \lambda z &= \lambda + 1 \end{aligned}\right\}$$

(a) [1,5 puntos] Clasifícalo según los valores del parámetro λ. (b) [1 punto] Resuélvelo para λ = −1.

Ejercicio 4.- Los puntos A (−2, 3, 1), B (2, −1, 3) y C (0, 1, −2) son vértices consecutivos del paralelogramo ABCD. (a) [1 punto] Halla las coordenadas del vértice D. (b) [1 punto] Encuentra la ecuación de la recta que pasa por B y es paralela a la diagonal AC. (c) [0,5 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a dicho paralelogramo.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Se sabe que f tiene un máximo local en x = 1, que el punto (0, 1) es un punto de inflexión de su gráfica y que $\int_0^1 f(x)dx = \frac{9}{4}$. Calcula a, b, c y d.

Ejercicio 2.- Sea $g: (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función dada por $g(x) = Ln(x)$ (Ln denota logaritmo neperiano). (a) [0,75 puntos] Justifica que la recta de ecuación $y = \frac{1}{e}x$ es la recta tangente a la gráfica de g en el punto de abscisa x = e. (b) [1,75 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de g, el eje ce abscisas y la recta tangente del apartado anterior.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \ y \ C = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcula la matriz P que verifica $AP - B = C^T$ (C^T es la matriz traspuesta de C).

Ejercicio 4.- Sea la recta r dada por $\begin{cases} 2x + y - mz = 2 \\ x - y - z = -m \end{cases}$ y el plano π definido por $x + my - z = 1$. (a) [1 punto] ¿Existe algún valor de m para el que π y r son paralelos? (b) [1 punto] ¿Para qué valor de m está la recta contenida en el plano? (c) [0,5 puntos] ¿Cuál es la posición relativa de la recta y el plano cuando $m = 0$?

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2008 - 2

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Considera la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3x & si\ x \leq 2 \\ x^2 - bx - 4 & si\ x > 2 \end{cases}$. (a) [1,5 puntos] Halla a y b sabiendo que f es derivable en $\mathbb{R}$. (b) [1 punto] Determina la recta tangente y la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 3.

Ejercicio 2.- Dada la función $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $g(x) = 2x + |x^2 - 1|$.
(a) [1 punto] Esboza la gráfica de g. (b) [1,5 puntos] Calcula $\int_0^2 g(x)dx$.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones
$$\left.\begin{matrix} x + y + z = a - 1 \\ 2x + y + az = a \\ x + ay + z = 1 \end{matrix}\right\}$$
(a) [1,5 puntos] Discútelo según los valores del parámetro a. (b) [1 punto] Resuélvelo en el caso a = 2.

Ejercicio 4.- Sea la recta s dada por $\begin{cases} x - z = -1 \\ 2y + z = 3 \end{cases}$. (a) [125 puntos] Halla la ecuación del plano π_1 que es paralelo a la recta s y que contiene a la recta r dada por x − 1 = −y + 2 = z − 3. (b) [1,25 puntos] Estudia la posición relativa de la recta s y el plano π_2, de ecuación x + y = 3 y deduce la distancia entre ambos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] De entre todas las rectas del plano que pasan por el punto (1, 2), encuentra aquella que forma con las partes positivas de los ejes coordenados un triángulo de área mínima. Halla el área de dicho triángulo.

Ejercicio 2.- Sean $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = x^2 - 1$ y $g(x) = 2x + 2$. (a) [1 punto] Esboza las gráficas de f y g. (b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por ambas gráficas.

Ejercicio 3.- Sabemos que el sistema de ecuaciones $\left.\begin{matrix} 2x - y + 3z = 1 \\ x + 2y - z = 2 \end{matrix}\right\}$ tiene las mismas soluciones que el que resulta de añadirle la ecuación $ax + y + 7z = 7$ (a) [1,25 puntos] Determina el valor de a.
(b) [1,25 puntos] Calcula la solución del sistema inicial de dos ecuaciones, de manera que la suma de los valores de las incógnitas sea igual a la unidad.

Ejercicio 4.- Dados los puntos A (1, 1, 0), B (1, 1, 2) y C (1, −1, 1). (a) [1,5 puntos] Comprueba que no están alineados y calcula el área del triángulo que determinan. (b) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene al punto A y es perpendicular a la recta determinada por B y C.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2008 - 3

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea *f* la función definida para x ≠0, por $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$. Determina las asíntotas de la gráfica de *f*.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(x^2-x)(x-1)}$.

Ejercicio 3.- Un cajero automático contiene sólo billetes de 10, 20 y 50 euros. En total hay 130 billetes con un importe de 3000 euros. (a) [1,25 puntos] ¿Es posible que en el cajero haya el triple número de billetes de 10 que de 50? (b) [1,25 puntos] Suponiendo que el número de billetes de 10 es el doble que el número de billetes de 50, calcula cuántos billetes hay de cada tipo.

Ejercicio 4.- Dada la recta r definida por $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{1}$ (a) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas y contiene a r. (b) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a r.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] De entre todos los rectángulos de perímetro 8 cm, determina las dimensiones del que tiene diagonal de menor longitud.

Ejercicio 2.- Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función dad por $f(x) = e^{-2x}$ (a) [1 punto] Justifica que la recta de ecuación y = −2ex es la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto de abscisa x = −½. (b) [1,5 punto] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de *f*, el eje de ordenadas y la recta tangente del apartado anterior.

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m^2 & m^2 \\ m & m & m^2 \end{pmatrix}$. (a) [1 punto] Halla los valores del parámetro m para los que el rango de A es menor que 3. (b) [1,5 puntos] Estudia si el sistema $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ tiene solución para cada uno de los valores de m obtenidos en el apartado anterior.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Dados los puntos A (2, 1, 1) y B (0, 0, 1), halla los puntos C en el eje OX tales que el área del triángulo de vértices A, B y C es 2.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2008 - 4

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Dada la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{x+1}{e^x}$, determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en su punto de inflexión.

Ejercicio 2.- Sean $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = x^3 - 4x$ y $g(x) = 3x - 6$ (a) [0,75 puntos] Determina los puntos de corte de las gráficas de f y g. (b) [1,75 puntos] Calcula el área del recinto limitado por dichas gráficas.

Ejercicio 3.- Dado el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{r} x+y=1 \\ ky+z=0 \\ x+(k+1)y+kz=k+1 \end{array}\right\}$$

(a) [1,25 puntos] Determina el valor del parámetro k para que sea incompatible. (b) [1,25 puntos] Halla el valor del parámetro k para que la solución del sistema tenga z = 2.

Ejercicio 4.- Considera la recta r definida por $\begin{cases} x=0 \\ 3y+z=3 \end{cases}$ y la recta s definida por $\begin{cases} 2x-z=3 \\ y=0 \end{cases}$. (a) [1 punto] Estudia la posición relativa de r y s. (b) [1,5 puntos] Halla la ecuación general de un plano que contiene a s y es paralelo a r.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea la función $f:[0,4]\to\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} x^2+ax+b & si\ 0\le x<2 \\ cx+1 & si\ 2\le x\le 4 \end{cases}$ (a) [2 puntos] Determina a, b y c sabiendo que f es continua en el intervalo cerrado [0, 4], derivable en el intervalo abierto (0, 4) y que $f(0) = f(4)$. (b) [0,5 puntos] ¿En qué punto del intervalo se anula la derivada de la función?

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int_0^1 xLn(x+1)dx$ (Ln denota la función logaritmo neperiano)

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Halla los valores del parámetro m que hacen compatible el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r} -x+2y-2z=2 \\ 2x+y+z=m \\ x+3y-z=m^2 \end{array}\right\}$$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea la recta r definida por $\begin{cases} x=1 \\ x-y=0 \end{cases}$ y sean los planos π_1, de ecuación x + y + z = 0, y π_2, de ecuación y + z = 0. Halla la recta contenida en el plano π_1, que es paralela al plano π_2 y que corta a la recta r.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2008 - 5

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea $f: [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = e^x(senx + cosx)$

(a) [1,25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f*.

(b) [1,25 puntos] Calcula los puntos de inflexión de la gráfica de *f*.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sean $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones dadas por $f(x) = x^2$ y $g(x) = a$ (con $a > 0$). Se sabe que el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones *f* y *g* es $\frac{4}{3}$. Calcula el valor de la constante a.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sea I la matriz identidad de orden 3 y $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. Calcula, si existe, el valor de k para el cual $(A - kI)^2$ es la matriz nula.

Ejercicio 4.- Se sabe que los planos de ecuaciones $x + 2y + bz = 1$, $2x + y + bz = 0$, $3x + 3y - 2z = 1$ se cortan en una recta r.

(a) [1,25 puntos] Calcula el valor de b.

(b) [1,25 puntos] Halla unas ecuaciones paramétricas de r.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} x|x| & si\ x \leq 2 \\ 6 - x & si\ x > 2 \end{cases}$.

(a) [0,75 puntos] Esboza la gráfica de *f*.

(b) [1 punto] Estudia la derivabilidad de *f*.

(c) [0,75 puntos] Calcula el área comprendida entre la gráfica de *f* y el eje de abscisas.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int_1^e x^2 Lnx\, dx$ (Ln denota la función logaritmo neperiano).

Ejercicio 3.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

(a) [1 punto] Calcula, si existen, la matriz inversa de A y la de B.

(b) [1,5 puntos] Resuelve la ecuación matricial AX + B = A + I; donde I denota la matriz identidad de orden 3.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Dados los puntos A (2, 1, −1) y B (−2, 3, 1) y la recta r definida por las ecuaciones $\begin{cases} x - y - z = -1 \\ 3x - 2z = -5 \end{cases}$ halla las coordenadas de un punto de la recta r que equidiste de los puntos A y B.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2008 - 6

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determina un punto de la curva de ecuación $y = xe^{-x^2}$ en el que la pendiente de la recta tangente sea máxima.

Ejercicio 2.- Sea $I = \int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}dx$. (a) [1,25 puntos] Expresa I aplicando el cambio de variables t = 1 + x^2. (b) [1,25 puntos] Calcula el valor de I.

Ejercicio 3.- Considera $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & -a \end{pmatrix}$, siendo a un número real. (a) [1 punto] Calcula el valor de a para que $A^2 - A = \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 0 & 20 \end{pmatrix}$. (b) [1 punto] Calcula, en función de a, los determinantes de 2A y A^t, siendo A^t la traspuesta de A. (c) [0,5 puntos] ¿Existe algún valor de a para el que la matriz A sea simétrica? Razona la respuesta.

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación 2x + y − z + 2 = 0 y la recta de ecuación $\frac{x-5}{-2} = y = \frac{z-6}{m}$. (a) [1 punto] Halla la posición relativa de r y π según los valores del parámetro m. (b) [0,75 puntos] Para m = −3, halla el plano que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π. (c) [0,75 puntos] Para m = −3, halla el plano que contiene a la recta r y es paralelo al plano π.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Tenemos que fabricar dos chapas cuadradas con dos materiales distintos. El precio de cada uno de estos materiales es 2 y 3 euros por centímetro cuadrado, respectivamente. Por otra parte, la suma de los perímetros de los dos cuadrados tiene que ser 1 metro. ¿Cómo hemos de elegir los lados de los cuadrados si queremos que el coste total sea mínimo?

Ejercicio 2.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x(x-3)^2$. (a) [1 punto] Calcula los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f*. (b) [0,5 puntos] Haz un esbozo de la gráfica de *f*. (c) [1 punto] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de *f* y el eje de abscisas.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r} x+y+z=0 \\ 2x+\lambda y+z=2 \\ x+y+\lambda z=\lambda-1 \end{array}\right\}$ (a) [1,5 puntos] Determina el valor de λ para que el sistema sea incompatible. (b) [1 punto] Resuelve el sistema para λ = 1.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Halla la ecuación de la recta contenida en el plano de ecuación x + 2y + 3z − 1 = 0 que corta perpendicularmente a la recta definida por $\begin{cases} x = 2z+4 \\ y = 2z+3 \end{cases}$ en el punto (2, 1, −1).

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2008 - 7

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (3x - 2x^2)e^x$.
(a) [1,5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.
(b) [1 punto] Calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- Considera las funciones $f: (0, \frac{\pi}{2}) \to \mathbb{R}$ y $g: (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = \frac{senx}{cos^3 x}$ y $g(x) = x^3 Lnx$ (Ln denota logaritmo neperiano):
(a) [1,25 puntos] Halla la primitiva de f que toma el valor 1 cuando $x = \frac{\pi}{3}$ (se puede hacer el cambio de variable t = cosx)
(b) [1,25 puntos] Calcula $\int g(x)dx$.

Ejercicio 3.-
(a) [1 punto] Determina razonadamente los valores del parámetro m para los que el siguiente sistema de ecuaciones tiene más de una solución:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + y + z = mx \\ x + 2y + z = my \\ x + 2y + 4z = mz \end{array}\right\}$$

(b) [1,5 puntos] Resuelve el sistema anterior para el caso m = 0 y para el caso m = 1.

Ejercicio 4.- Se considera la recta r definida por mx = y = z + 2, (m ≠ 0), y la recta s definida por $\frac{x-4}{4} = y - 1 = \frac{z}{2}$
(a) [1,5 puntos] Halla el valor de m para el que r y s son perpendiculares.
(b) [1 punto] Deduce razonadamente si existe algún valor de m para el que r y s son paralelas.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Dada la función f definida para x ≠ 0 por $f(x) = \frac{e^x+1}{e^x-1}$ determina las asíntotas de su gráfica.

Ejercicio 2.- Sea $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $g(x) = \frac{1}{4}x^3 - x^2 + x$.
(a) [0,5 puntos] Esboza la gráfica de g.
(b) [0,75 puntos] Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de g en el punto de abscisa x = 2.
(c) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de g y el eje de abscisas

Ejercicio 3.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & k \\ k & 1 & 3 \\ 1 & 7 & k \end{pmatrix}$
(a) [1,25 puntos] Estudia el rango de A en función de los valores del parámetro k.
(b) [1,25 puntos] Para k = 0, halla la matriz inversa de A.

Ejercicio 4.- Considera los puntos A(2, 0, 1), B(−1, 1, 2), C(2, 2, 1) y D(3, 1, 0).
(a) [1 punto] Calcula la ecuación del plano π que contiene a los puntos B, C y D.
(b) [1,5 puntos] Halla el punto simétrico de A respecto del plano π.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2009 - 1

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Calcula los valores de a, b, c y d sabiendo que f verifica: - El punto (0, 1) es un punto de inflexión de la gráfica de f. - f tiene un mínimo local en el punto de abscisa x = 1. - La recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 2 tiene pendiente 1.

Ejercicio 2.- Considera las funciones $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = |x|$ y $g(x) = 6 - x^2$. (a) [1 punto] Esboza el recinto limitado por sus gráficas. (b) [1,5 puntos] Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3.- Tratamos de adivinar, mediante ciertas pistas, los precios de tres productos A, B y C. Pista 1: Si compramos una unidad de A , dos de B y una de C gastamos 118 euros. Pista 2: Si compramos n unidades de A, n + 3 de B y tres de C gastamos 390 euros. (a) [1,5 puntos] ¿Hay algún valor de n para el que estas dos pistas sean incompatibles? (b) [1 punto] Sabiendo que n = 4 y que el producto C cuesta el triple que el producto A, calcula el precio de cada producto.

Ejercicio 4.- Considera el punto A (1, -2, 1) y la recta r definida por las ecuaciones $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + y + z = 7 \end{cases}$. (a) [1 punto] Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por A. (b) [1,5 puntos] Calcula la distancia del punto A a la recta r.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se divide un segmento de longitud L = 20 cm en dos trozos. Con uno de los trozos se forma un cuadrado y con el otro un rectángulo en el que la base es el doble de la altura. Calcula la longitud de cada uno de los trozos para que la suma de las áreas del cuadrado y del rectángulo sea mínima.

Ejercicio 2.- La recta tangente a la gráfica de la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = mx^2 + nx - 3$, en el punto (1, –6), es paralela a la recta de ecuación y = –x. (a) [1,25 puntos] Determina las constantes m y n. Halla la ecuación de dicha recta tangente.
(b) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de la función, la tangente anterior y el eje de ordenadas.

Ejercicio 3.- Sean A, B, C y X matrices cualesquiera que verifican AXB = C.
(a) [1 punto] Si las matrices son cuadradas de orden 3, y se sabe que el determinante de A es 3, el de B es −1 y el de C es 6, calcula el determinante de las matrices X y 2X. (b) [1,5 puntos] Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, calcula la matriz X.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Considera la recta r definida por $\begin{cases} y = -1 \\ 2x - z = 2 \end{cases}$ y la recta s definida por $\begin{cases} x = 4 + 3\lambda \\ y = 3 - \lambda \\ z = 5 + 4\lambda \end{cases}$. Determina la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2009 - 2

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=x^2|x-3|$. (a) [1 punto] Estudia la continuidad y derivabilidad de f. (b) [1,5 puntos] Estudia el crecimiento y decrecimiento de f. Calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- Sea $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=1+Lnx$, siendo Ln la función logaritmo neperiano. (a) [1 punto] Comprueba que la recta de ecuación $y=1+\frac{1}{e}x$ es la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = e. (b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f, el eje de abscisas y la recta tangente del apartado (a).

Ejercicio 3.- Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}3 & 7\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}1 & -3\\ -4 & 2\end{pmatrix}$. (a) [1 punto] Calcula, si existe, la matriz inversa de A. (b) [1,5 puntos] Calcula las matrices X e Y que satisfacen las ecuaciones matriciales X·A = A + 2·B y A·Y = A + 2·B.

Ejercicio 4.- Considera el punto P(1, 0, −2), la recta r definida por $\begin{cases}x-2y-1=0\\ y+z-2=0\end{cases}$ y el plano π de ecuación 2x + y + 3z − 1 = 0. (a) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por P, es paralelo a r y es perpendicular a π. (b) [1,25 puntos] Halla la ecuación de la recta que pasa por P, corta a r y es paralela a π.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\begin{cases}\frac{x(Lnx)^2}{(x-1)^2} & si\ x\neq 1\\ a & x=1\end{cases}$. (a) [1,25 puntos] Sabiendo que f es continua, calcula a (Ln denota el logaritmo neperiano). (b) [1,25 puntos] Estudia la existencia de asíntota horizontal para la gráfica de esta función. En caso de que exista, determina su ecuación.

Ejercicio 2.- Se consideran las funciones $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$ y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definidas por $f(x)=\sqrt{3x}$ y $g(x)=\frac{1}{3}x^2$. (a) [0,5 puntos] Haz un esbozo de sus gráficas. (b) [2 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de ambas funciones.

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones lineales $\left.\begin{array}{r}x+\lambda y+z=4\\ x+3y+z=5\\ \lambda x+y+z=4\end{array}\right\}$ (a) [1,75 puntos] Discútelo según los valores del parámetro λ. (b) [0,75 puntos] Resuélvelo en el caso λ = 1.

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación 3x − 2y − 2z = 7 y la recta r definida por $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{2}$. (a) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano paralelo a π que contiene a r. (b) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano ortogonal a π que contiene a r.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2009 - 3

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se sabe que la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\begin{cases}-x^2+bx+1 & si\ x\leq 1\\ ax^2-5x+2a & si\ x>1\end{cases}$ es derivable. Determina los valores de a y b.

Ejercicio 2.- (a) [1,25 puntos] Calcula $\int x sen x dx$.
(b) [1,25 puntos] Sean las funciones $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, definidas por $f(x)=-x^2+1, g(x)=x-1$. Calcula el área del recinto limitado por sus gráficas.

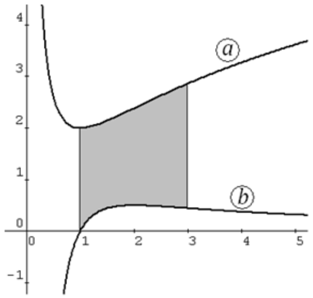
Ejercicio 3.- (a) [1,25 puntos] Resuelve el sistema de ecuaciones: $\left.\begin{array}{r} x \quad\quad +z=2\\ -x+y+2z=0\\ -x+2y+5z=2\end{array}\right\}$ (b) [1,25 puntos] Calcula λ sabiendo que el siguiente sistema tiene alguna solución común con el del apartado (a) $\left.\begin{array}{r} x+y+z=1\\ -x+y+3z=1\\ x+2y+\lambda z=-3\end{array}\right\}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto A(1, 1, −1), es paralela al plano de ecuación x − y + z = 1 y corta al eje Z.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se sabe que la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tiene extremos relativos en (0, 0) y en (2, 2). Calcula a, b, c y d.

Ejercicio 2.- Las dos gráficas del dibujo corresponden a la función $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\frac{2}{x}+2Lnx$ y la de su derivada $f':(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ (Ln denota logaritmo neperiano).
(a) [0,5 puntos] Indica, razonando la respuesta, cuál es la gráfica de f y cuál la de f'. (b) [2 puntos] Calcula el área de la región sombreada.



Ejercicio 3.- Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}-2 & -2 & 1\\ -2 & 1 & -2\\ 1 & -2 & -2\end{pmatrix}$ y $X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}$ (a) [1 punto] Calcula, si existe, A^{-1}. (b) [1,5 puntos] Resuelve el sistema AX = 3X e interpreta geométricamente el conjunto de sus soluciones.

Ejercicio 4.- Considera la recta r definida por $\begin{cases}3x+2y=0\\ 3x+z=0\end{cases}$ (a) [1 punto] Determina la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por el punto P (1, 1, 1). (b) [1,5 puntos] Halla los puntos de r cuya distancia al origen es de 4 unidades.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2009 - 4

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x + e^{-x}$. a) [0,75 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f*, así como los extremos relativos o locales de *f*. b) [0,5 puntos] Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de *f*. c) [0,75 puntos] Determina las asíntotas de la gráfica de *f*. d) [0,5 puntos] Esboza la gráfica de *f*.

Ejercicio 2.- Sean las funciones $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^2 + |x|$ y $g(x) = 2$. a) [1 punto] Determina los puntos de corte de las gráficas de *f* y *g*. b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por dichas gráficas.

Ejercicio 3.- Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = A - kI$, donde k es una constante e I es la matriz identidad de orden 2. (a) [0,75 puntos] Determina los valores de k para los que B no tiene inversa. (b) [0,5 puntos] Calcula B^{-1} para k = − 1. (c) [1,25 puntos] Determina las constantes α y β para las que se cumple $A^2 + \alpha A = \beta I$.

Ejercicio 4.- Sean la recta r definida por $\begin{cases} x - y = -2 \\ x - z = -3 \end{cases}$ y la recta s definida por $\begin{cases} x = 1 \\ 2y - z = -2 \end{cases}$. (a) [1 punto] Estudia la posición relativa de r y s. (b) [1,5 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a s y es paralelo a r.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] De todos los triángulos cuya base y altura suman 20 cm ¿qué base tiene el de área máxima?

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula un número positivo a, menor que 4, para que el recinto limitado por la parábola de ecuación $y = x^2$ y las dos rectas de ecuaciones $y = 4$ e $y = a$, tenga un área de $\frac{28}{3}$ unidades cuadradas.

Ejercicio 3.- Sea el sistema de ecuaciones $\left.\begin{matrix} x + y = m + 1 \\ x + my + z = 1 \\ mx + y - z = m \end{matrix}\right\}$ (a) [1,5 puntos] Determina los valores de m para los que el sistema es compatible. (b) [1 punto] Resuelve el sistema en el caso m = −1.

Ejercicio 4.- Sea el punto P (2, 3, −1) y la recta r definida por $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ x - 2y - 4z = 1 \end{cases}$ (a) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por P y contiene a r. (b) [1,25 puntos] Halla el punto de r que está más cerca de P.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2009 - J

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula el siguiente límite (Ln denota logaritmo neperiano),

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{Lnx}-\frac{2}{x^2-1}\right)$$

Ejercicio 2.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por f (x) =x|x − 1|. (a) [0,5 puntos] Esboza la gráfica de *f*. (b) [0,75 puntos] Comprueba que la recta de ecuación y = x es la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto de abscisa x = 0. (c) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de *f* y la de dicha tangente.

Ejercicio 3.- Sean F_1, F_2, F_3 las filas primera, segunda y tercera, respectivamente, de una matriz B de orden 3, cuyo determinante vale −2. Calcula, indicando las propiedades que utilices: (a) [0,5 puntos] El determinante de B^{-1}. (b) [0,5 puntos] El determinante de $(B^t)^4$ (B^t es la matriz traspuesta de B). (c) [0,5 puntos] El determinante de 2B.
(d) [1 punto] El determinante de una matriz cuadrada cuyas filas primera, segunda y tercera son, respectivamente, $5F_1 - F_3$, $3F_3$, F_2.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Se considera la recta r definida por $\begin{cases} x=1\\ y=1\\ z=\lambda-2\end{cases}$ y la recta s definida por $\begin{cases} x=\mu\\ y=\mu-1\\ z=-1\end{cases}$. Halla la ecuación de la recta perpendicular común a r y s.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x-1} & si\ x<0\\ x^2-3x-1 & si\ x\geq 0\end{cases}$ (a) [0,75 puntos] Estudia su continuidad y derivabilidad. (b) [1,25 puntos] Determina sus asíntotas y sus extremos relativos. (c) [0,5 puntos] Esboza la gráfica de *f*.

Ejercicio 2.- Considera la curva de ecuación $y = x^3 - 3x$. (a) [0,5 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto de abscisa x = −1. (b) [2 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la curva dada y la recta y = 2.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Una empresa envasadora ha comprado un total de 1500 cajas de pescado en tres mercados diferentes, a un precio por caja de 30, 20 y 40 euros respectivamente. El coste total de la operación ha sido de 40500 euros. Calcula cuánto ha pagado la empresa en cada mercado, sabiendo que en el primero de ellos se ha comprado el 30 % de las cajas.

Ejercicio 4.- Considera la recta r definida por $\begin{cases}x+y=2\\ y+z=0\end{cases}$ y la recta s que pasa por los puntos A (2, 1, 0) y B (1,0, −1). (a) [1 punto] Estudia la posición relativa de ambas rectas. (b) [1,5 puntos] Determina un punto C de la recta r tal que los segmentos $\overline{CA}$ y $\overline{CB}$ sean perpendiculares.

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2009 - S

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se considera la función $f\colon[1,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\sqrt{x^2-x}+x$. Determina la asíntota de la gráfica de f.

Ejercicio 2.- La curva $y=\frac{1}{2}x^2$ divide al rectángulo de vértices A (0, 0), B (2, 0), C (2, 1) y D (0, 1) en dos recintos. (a) [0,75 puntos] Dibuja dichos recintos. (b) [1,75 puntos] Halla el área de cada uno de ellos.

Ejercicio 3.- (a) [1,75 puntos] Discute según los valores del parámetro λ el siguiente sistema

$$\left.\begin{aligned} 3x+\lambda y&=0\\ x+\lambda z&=\lambda\\ x+y+3z&=1\end{aligned}\right\}$$

(b) [0,75 puntos] Resuélvelo para λ = 0.

Ejercicio 4.- Considera el punto P (1, 0, 0), la recta r definida por $x-3=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-2}$ y la recta s definida por (x, y, z) = (1, 1, 0) + λ(−1, 2, 0). (a) [1,25 puntos] Estudia la posición relativa de r y s. (b) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasando por P es paralelo a r y s.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] De entre todos los rectángulos cuya área mide 16 cm², determina las dimensiones del que tiene diagonal de menor longitud.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea f la función definida por $f(x)=\frac{x}{\sqrt{4-9x^2}}$. Halla la primitiva F de f que cumple $F(0)=3$. (Sugerencia: utiliza el cambio de variable $t=\frac{3}{2}x^2$).

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1&-2&1\\-2&-1&1\\1&0&-1\end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix}3&1&0\\-1&2&1\end{pmatrix}$ $y\ C=\begin{pmatrix}-2&1\\1&-2\\0&3\end{pmatrix}$ Determina la matriz X que verifica $AX-B^t=2C$ (B^t es la matriz traspuesta de B).

Ejercicio 4.- Considera la recta r definida por $\begin{cases}x-y+3=0\\x+y-z-1=0\end{cases}$ y la recta s definida por $\begin{cases}2y+1=0\\x-2z+3=0\end{cases}$ (a) [1,5 puntos] Determina la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s. (b) [1 punto] ¿Existe algún plano que contenga a r y sea perpendicular a s? Razona la respuesta.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2010 - 1

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 90 cm. Si se hace girar alrededor de uno de sus catetos, el triángulo engendra un cono. ¿Qué medidas han de tener los catetos del triángulo apara que el volumen del cono engendrado sea máximo? (Recuerda que el volumen del cono es $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$).

Ejercicio 2.- Considera las funciones $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = 2 - x^2$ y $g(x) = |x|$. a) [1 punto] Esboza las gráficas en unos mismos ejes coordenados. b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Ejercicio 3.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ (a) [1,25 puntos] Comprueba que se verifica $2A - A^2 = I$. (b) [1,25 puntos] Calcula A^{-1}. (Sugerencia: Puedes usar la igualdad del apartado (a)).

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de intersección del plano $6x + 3y + 2z = 6$ con los ejes de coordenadas.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida como $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$ para $x \neq \pm 1$. a) [1 punto] Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f. b) [0,75 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. c) [0,75 puntos] Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 2.- Dada la función $f\colon (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ definida como $f(x) = ln x$, donde ln es la función logaritmo neperiano, se pide: a) [0,75 puntos] Comprueba que la recta de ecuación $y = -ex + 1 + e^2$ es la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = e$. b) [1,75 puntos] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de f, el eje de abscisas y la recta normal del apartado a).

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{aligned} (m+2)x - y - z &= 1 \\ -x - y + z &= -1 \\ x + my - z &= m \end{aligned}\right\}$$

(a) [1,75 puntos] Discútelo según los valores de m. (b) [0,75 puntos] Resuélvelo para el caso $m = 1$.

Ejercicio 4.- Sean los puntos A (1, 1, 1), B (−1, 2, 0), C (2, 1, 2) y D (t,−2, 2) (a) [1,25 puntos] Determina el valor de t para que A, B, C y D estén en el mismo plano. (b) [1,25 puntos] Halla la ecuación de un plano perpendicular al segmento determinado por A y B, que contenga al punto C.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2010 - 2

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Entre todos los triángulos rectángulos de 5 metros de hipotenusa, determina los catetos del de área máxima.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea $f: (-2, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \ln(x+2)$. Halla una primitiva F de f que verifique F(0) = 0. (ln denota el logaritmo neperiano).

Ejercicio 3.- Considera el sistema $\left.\begin{array}{r} 3x-2y+z=5 \\ 2x-3y+z=-4 \end{array}\right\}$ (a) [1,5 puntos] Calcula razonadamente un valor de λ para que el sistema resultante al añadirle la ecuación $x + y + \lambda z = 9$ sea compatible indeterminado.

(b) [1 punto] ¿Existe algún valor de λ para el cual el sistema resultante no tiene solución?

Ejercicio 4.- Considera los puntos A (1, 0, 2), B (−1, 2, 4) y la recta r definida por $\frac{x+2}{2} = y - 1 = \frac{z-1}{3}$ (a) [1,5 puntos] Determina la ecuación del plano formado por los puntos que equidistan de A y de B.

(b) [1 punto] Halla la ecuación del plano paralelo a r y que contiene los puntos A y B.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea $f: (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \ln(x^2 + 3x)$, donde ln denota el logaritmo neperiano. a) [1,5 puntos] Determina, si existen, los puntos de la gráfica de f en los que la recta tangente a la gráfica es paralela a la recta de ecuación $x - 2y + 1 = 0$. b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 3.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula el valor de $a > 0$ sabiendo que el área del recinto comprendido entre la parábola $y = x^2 + ax$ y la recta $y + x = 0$ vale 36 unidades cuadradas.

Ejercicio 3.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \alpha & 1 & 3 \\ 0 & 2 & \alpha \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ (a) [0,5 puntos] Determina los valores de α para los que A tiene inversa. (b) [1,25 puntos] Calcula la inversa de A para α = 1. (c) [0,75 puntos] Resuelve, para α = 1, el sistema de ecuaciones AX = B.

Ejercicio 4.- Considera los puntos A (1, 1, 1), B (0, −2, 2), C (−1, 0, 2) y D (2, −1, 2). (a) [1 punto] Calcula el volumen del tetraedro de vértices A, B, C y D. (b) [1,5 puntos] Determina la ecuación de la recta que pasa por D y es perpendicular al plano que contiene a los puntos A, B y C.

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2010 - 3

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea la función $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^x(x^2+ax) & si\ x \le 0 \\ \dfrac{bx^2+c}{x+1} & si\ x > 0 \end{cases}$$

Calcula las constantes a, b, y c sabiendo que f es derivable y que la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto de abscisa x = 1 tiene pendiente 3.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Dada la función f definida por

$$f(x) = \frac{3}{x^2-5x+4}$$

para x ≠ 1 y x ≠ 4. Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de *f*, el eje de abscisas, y las rectas x = 2, x = 3.

Ejercicio 3.- Considera las siguientes matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

(a) [0,75 puntos] Calcula A^{-1}. (b) [1,75 puntos] Resuelve la ecuación matricial $AXA^t - B = 2I$, donde I es la matriz identidad de orden 2 y A^t es la matriz traspuesta de A.

Ejercicio 4.- Considera los puntos A (1, 2, 1) y B (−1, 0, 3). (a) [1,25 puntos] Calcula las coordenadas de los puntos que dividen el segmento AB en tres partes iguales. (b) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano perpendicular al segmento AB y que pasa por A.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida como $f(x) = (x+1)\sqrt[3]{3-x}$. Halla las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de *f* en el punto de abscisa x = −5 y en el punto de abscisa x = 2.

Ejercicio 2.- Considera la función $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x|2-x|$.
a) [1 punto] Esboza su gráfica b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de *f*, el eje de abscisas y la recta de ecuación x = 3.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Obtén un vector no nulo v = (a, b, c), de manera que las matrices siguientes tengan simultáneamente rango 2.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 1 & c \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & a \\ 0 & -1 & b \\ 3 & 1 & c \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4.- Considera el plano π definido por 2x − y + nz = 0 y la recta r dada por $\frac{x-1}{m} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{2}$ con $m \neq 0$. (a) [1,25 puntos] Calcula m y n para que la recta r sea perpendicular al plano π. (b) [1,25 puntos] Calcula m y n para que la recta r esté contenida en el plano π.

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2010 - 4

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Dada la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como $f(x) = asenx + bx^2 + cx + d$, determina los valores de las constantes a, b, c y d sabiendo que la gráfica de f tiene tangente horizontal en el punto (0, 4) y que la segunda derivada de f es $f''(x) = 3senx - 10$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea la función f dada por $f(x) = \frac{1}{x^2+x}$, para x ≠ −1 y x ≠ 0. Determina la primitiva F de f tal que F(1) = 1.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{aligned} \lambda x + 2y + 6z &= 0 \\ 2x + \lambda y + 4z &= 2 \\ 2x + \lambda y + 6z &= \lambda - 2 \end{aligned}\right\}$$

(a) [1,75 puntos] Discútelo según los valores del parámetro λ (b) [0,75 puntos] Resuélvelo para λ = 2.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Halla el punto simétrico de P (1, 1, 1) respecto de la recta r de ecuación:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Considera la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & si \quad x \le 0 \\ 1 - x^2 & si \quad 0 < x < 1 \\ \dfrac{2}{x+1} & si \quad 1 \le x \end{cases}$$

Estudia su continuidad y derivabilidad. Determina la función derivada de f.

Ejercicio 2.- Sean f, g: R → R las funciones definidas por $f(x) = x^2 - 2x + 3$ y $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$. (a) [1 punto] Esboza las gráficas de f y g, y halla su punto de corte. (b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de ambas funciones y el eje de ordenadas.

Ejercicio 3.- De la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ se sabe que det(A) = 4. Se pide: (a) [1,25 puntos] Halla $\det(-3A^t)$ y $\det\begin{pmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{pmatrix}$. Indica las propiedades que utilizas. (A^t es la matriz traspuesta de A). (b) [0,75 puntos] Calcula $\det(A^{-1}A^t)$. (c) [0,5 puntos] Si B es una matriz cuadrada tal que $B^3 = I$, siendo I la matriz identidad, halla det(B).

Ejercicio 4.- Sean los puntos A (2, λ, λ), B (−λ, 2, 0) y C (0, λ, λ − 1). (a) [1 punto] ¿Existe algún valor de λ ∈ R para el que los puntos A, B y C estén alineados? Justifica la respuesta. (b) [1,5 puntos] Para λ = 1 halla la ecuación del plano que contiene al triángulo de vértices A, B y C. Calcula la distancia del origen de coordenadas a dicho plano.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2010 - J

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \frac{ax^2+b}{a-x}$, para $x \neq a$. a) [1,5 puntos] Calcula a y b para que la gráfica de f pase por el punto (2, 3) y tenga una asíntota oblicua con pendiente –4. b) [1 punto] Para el caso a = 2, b = 3, obtén la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 1.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int_0^{\pi^2} sen(\sqrt{x})dx$ Sugerencia: Efectúa el cambio $\sqrt{x} = t$.

Ejercicio 3.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & 3 \\ 4 & 1 & -m \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 4 \\ -3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ (a) [0,5 puntos] Indica los valores de m para los que A es invertible. (b) [2 puntos] Resuelve la ecuación matricial $XA - B^t = C$ para m = 0. (B^t es la matriz traspuesta de B).

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s de ecuaciones $x - 1 = y = 1 - z$ y $\begin{cases} x - 2y = -1 \\ y + z = 1 \end{cases}$ (a) [0,75 puntos] Determina su punto de corte. (b) [1 punto] Halla el ángulo que forman r y s. (c) [0,75 puntos] Determina la ecuación del plano que contiene a r y s.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{senx}}{x^2}$$

Ejercicio 2.- Considera la función f dada por f (x) = 5 – x y la función definida como $g(x) = \frac{4}{x}$, para x≠0 a) [1 punto] Esboza el recinto limitado por las gráficas de f y g indicando sus puntos de corte.
b) [1,5 puntos] Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3.- Sea el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r} \lambda x + y + z = \lambda + 2 \\ 2x - \lambda y + z = 2 \\ x - y + \lambda z = \lambda \end{array}\right\}$$

(a) [1,75 puntos] Discútelo según los valores de λ. ¿Tiene siempre solución? (b) [0,75 puntos] Resuelve el sistema para λ = –1.

Ejercicio 4.- Los puntos P (2, 0, 0) y Q (–1, 12, 4) son dos vértices de un triángulo. El tercer vértice S pertenece a la recta r de ecuación $\begin{cases} 4x + 3z = 33 \\ y = 0 \end{cases}$
(a) [1,5 puntos] Calcula las coordenadas del punto S sabiendo que r es perpendicular a la recta que pasa por P y S. (b) [1 punto] Comprueba si el triángulo es rectángulo.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2010 - S

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Una hoja de papel tiene que contener 18 cm² de texto. Los márgenes superior e inferior han de tener 2 cm cada uno y los laterales 1 cm. Calcula las dimensiones de la hoja para que el gasto de papel sea mínimo.

Ejercicio 2.- Sea

$$I = \int \frac{5}{1+\sqrt{e^{-x}}}\,dx$$

(a) [1 punto] Expresa I haciendo el cambio de variable $t^2 = e^{-x}$. (b) [1,5 puntos] Determina I.

Ejercicio 3.- (a) [1,75 puntos] Discute, según los valores del parámetro λ, el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} -x+\lambda y+z &= \lambda \\ \lambda x+2y+(\lambda+2)z &= 4 \\ x+3y+2z &= 6-\lambda \end{aligned}\right\}$$

(b) [0,75 puntos] Resuelve el sistema anterior para $\lambda = 0$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Halla la ecuación del plano que es paralelo a la recta r de ecuaciones $\begin{cases} x-2y+11=0 \\ 2y+z-19=0 \end{cases}$ y contiene a la recta s definida por $\begin{cases} x=1-5\lambda \\ y=-2+3\lambda \\ z=2+2\lambda \end{cases}$

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Considera la función $f:[0,4]\to\mathbb{R}$, definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2+ax+b & si\ 0\le x\le 2 \\ cx & si\ 2< x\le 4 \end{cases}$$

a) [1,75 puntos] Sabiendo que f es derivable en todo el dominio y que verifica $f(0) = f(4)$, determina los valores de a, b y c. b) [0,75 puntos] Para $a = -3$, $b = 4$ y $c = 1$, halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, dada por $f(x) = x^2 + 4$ a) [0,75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente al a gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$. b) [1,75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, el eje de ordenadas y la recta de ecuación $y = 2x + 3$. Calcula su área.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sean las matrices

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1 & 1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & -1\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}3 & 1 & 2\\ 0 & 1 & -2\end{pmatrix}$$

Calcula la matriz X que cumpla la ecuación $AXB = C$.

Ejercicio 4.- Considera los planos π_1, π_2 y π_3 dados respectivamente por las ecuaciones $x + y = 1$, $ay + z = 0$, y $x + (1 + a)y + az = a + 1$ (a) [1,5 puntos] ¿Cuánto ha de valer a para que no tengan ningún punto en común? (b) [1 punto] Para $a = 0$, determina la posición relativa de los planos.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2011 - 1

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Un alambre de 100 m de longitud se divide en dos trozos. Con uno de los trozos se construye un cuadrado y con el otro un rectángulo cuya base es doble que su altura. Calcula las longitudes de cada uno de los trozos con la condición de que la suma de las áreas de estas dos figuras sea mínima.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina la función $f: (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ tal que $f''(x) = \frac{1}{x}$ y su gráfica tiene tangente horizontal en el punto P(1, 1).

Ejercicio 3.- Sean A y B dos matrices cuadradas de orden 3 cuyos determinantes son $|A| = ½$ y $|B| = -2$. Halla: (a) [0,5 puntos] $|A^3|$ (b) [0,5 puntos] $|A^{-1}|$ (c) [0,5 puntos] $|-2A|$ (d) [0,5 puntos] $|AB^t|$, siendo B^t la matriz traspuesta de B. (e) [0,5 puntos] El rango de B.

Ejercicio 4.- Considera los puntos A (1, 0, 2) y B (1, 2, –1). (a) [1,25 puntos] Halla un punto C de la recta de ecuación $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = z$ que verifica que el triángulo de vértices A, B y C tiene ángulo recto en B. (b) [1,25 puntos] Calcula el área del triángulo de vértices A, B y D, donde D es el punto de corte del plano de ecuación 2x – y + 3z = 6 con el eje OX.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = 4 - x^2$ (a) [1 punto] Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 2. (b) [1,5 puntos] Determina el punto de la gráfica en el que la recta tangente es perpendicular a la recta x + 2y – 2 = 0.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula:

$$\int \frac{x^3 + x^2}{x^2 + x - 2} dx$$

Ejercicio 3.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ (a) [0,5 puntos] Demuestra que se verifica la igualdad $A^3 = -I$, siendo I la matriz identidad de orden 3. (b) [1,25 puntos] Justifica que A es invertible y halla su inversa. (c) [0,75 puntos] Calcula razonadamente A^{100}.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Considera los planos π_1, π_2 y π_3 dados respectivamente por las ecuaciones 3x – y + z – 4 = 0 x – 2y + z – 1 = 0 y x + z – 4 = 0 Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto P(3, 1, –1), es paralela al plano π_1 y corta a la recta intersección de los planos π_2 y π_3.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2011 - 2

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Queremos hacer junto a la carretera un cercado rectangular para unos caballos en una zona llana. Cada metro del lado del cercado que está junto a la carretera nos cuesta 100 €, mientras que para el resto del cercado nos cuesta 10 € el metro. ¿Cuáles son las dimensiones del prado de área máxima que podemos cercar con 3000 euros?

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula un número positivo a menor que 2, para que el recinto limitado por la parábola de ecuación $y = \frac{1}{2}x^2$ y las dos rectas horizontales de ecuaciones $y = a$ e $y = 2$, tenga un área de $\frac{14}{3}$ unidades cuadradas.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{r} 2x - 2y + 4z = 4 \\ 2x \qquad + z = a \\ -3x - 3y + 3z = -3 \end{array}\right\}$$

(a) [1,75 puntos] Discútelo según los valores del parámetro a. (b) [0,75 puntos] Resuélvelo cuando sea posible.

Ejercicio 4.- Dada la recta r definida por $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = -z + 3$ y la recta s definida por $\begin{cases} x = 1 \\ 2y - z = 2 \end{cases}$ (a) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y contiene a r. (b) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a s y es paralelo a r.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] En una empresa los ingresos (en euros) dependen de la edad. Si la edad, x, es de 18 a 50 años, los ingresos vienen dados por la fórmula $-x^2 + 70x$, mientras que para edades iguales o superiores a 50 años los ingresos están determinados por la expresión

$$\frac{400x}{x-30}$$

Calcula cuál es el máximo de los ingresos y a qué edad se alcanza.

Ejercicio 2.- Dada la función $f : R \to R$ definida por $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$ (a) [0,5 puntos] Prueba que las rectar $y = -x + 1$ e $y = 3x - 1$ son tangentes a su gráfica. (b) [2 puntos] Halla el área del recinto limitado por la gráfica de f y las rectas mencionadas en el apartado anterior.

Ejercicio 3.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ (a) [1 punto] Demuestra que $A^2 + 2A = I$ y que $A^{-1} = A + 2I$, siendo I la matriz identidad de orden 2. (b) [1,5 punto] Calcula la matriz X que verifica la ecuación $A^2 + XA + 5A = 4I$.

Ejercicio 4.- Dada la recta r definida por $\frac{x+7}{2} = \frac{y-7}{-1} = z$ y la recta s definida por $\begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \\ z = \lambda \end{cases}$ (a) [1,75 puntos] Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a ambas. (b) [1,5 punto] Calcula la distancia entre r y s.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2011 - 3

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Dada la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$, determina a, b y c sabiendo que su gráfica tiene un punto de inflexión en (1, 0), y que la recta tangente en ese punto tiene por ecuación $y = -3x + 3$.

Ejercicio 2.- Sean las funciones $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = 4 - |x|$ y $g(x) = x^2$. (a) [1 punto] Esboza las gráficas de f y g. Determina sus puntos de corte. (b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Ejercicio 3.- Sean A y B dos matrices que verifican: $A + B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ y $A - B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ (a) [1 punto] Halla las matrices $(A+B)(A-B)$ y $A^2 - B^2$. (b) [1,5 puntos] Resuelve la ecuación matricial $XA - XB - (A+B)^t = 2I$, siendo I la matriz identidad de orden 2 y $(A+B)^t$ la matriz traspuesta de $A + B$.

Ejercicio 4.- Sea el punto P (2, 3, −1) y la recta r dada por las ecuaciones

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -2\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

(a) [1 punto] Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por P. (b) [1,5 puntos] Calcula la distancia del punto P a la recta r y determina el punto simétrico de P respecto de r.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] En el primer cuadrante representamos un rectángulo de tal manera que tiene un vértice en el origen de coordenadas y el vértice opuesto en la parábola $y = -x^2 + 3$. Determina las dimensiones del rectángulo para que su área sea máxima.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos(x)dx$$

Ejercicio 3.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & \lambda \\ -5 & \lambda & -5 \\ \lambda & 0 & 3 \end{pmatrix}$. (a) [1 punto] Determina los valores de λ para los que la matriz A − 2I tiene inversa, siendo I la matriz identidad de orden 3. (b) [1,5 puntos] Para λ = −2, resuelve la ecuación matricial AX = 2X + I.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Considera los planos π_1 y π_2 dados respectivamente por las ecuaciones $(x, y, z) = (-2, 0, 7) + \lambda(1, -2, 0) + \mu(0, 1, -1)$ y $2x + y - z + 5 = 0$ Determina los puntos de la recta r definida por $x = y + 1 = \frac{z-1}{-3}$ y que equidistan de π_1 y π_2.

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

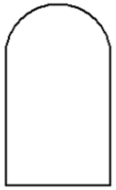
UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

2011 - 4

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Una ventana normanda consiste en un rectángulo coronado con un semicírculo.



De entre todas las ventanas normandas de perímetro de 10 m halla las dimensiones del marco de la de área máxima.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula el valor de b > 0, sabiendo que el área de la región comprendida entre la curva y = $\sqrt{x}$ y la recta y = bx es de $\frac{4}{3}$ unidades cuadradas.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & -1 & \lambda \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) [1 punto] ¿Hay algún valor de λ para el que A no tiene inversa? (b) [1,5 puntos] Para λ = 1, resuelve la ecuación matricial $A^{-1}XA = B$.

Ejercicio 4.- Dados los puntos A (1, 0, 0), B (0, 0, 1) y P (1, −1, 1), y la recta r definida por $\begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ (a) [2 puntos] Halla los puntos de la recta r cuya distancia al punto P es de 3 unidades. (b) [0,5 puntos] Calcula el área del triángulo ABP.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea $f\colon \left[\frac{1}{e}, 4\right] \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} x - \ln(x) + a & si\ \frac{1}{e} \le x \le 2 \\ bx + 1 - \ln(2) & si\ 2 < x \le 4 \end{cases}$$

Donde ln denota la función logaritmo neperiano. (a) [1.25 puntos] Calcula los valores de a y b para que f sea derivable en el intervalo $(\frac{1}{e}, 4)$.

(b) [1,25 puntos] Para a = 0 y b = ½ halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea $f\colon (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por f(x) = x(1 − ln(x)), donde ln denota la función logaritmo neperiano. Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto P (1, 1).

Ejercicio 3.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & t+1 & t-1 \\ -2t-1 & 0 & t+3 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

(a) [1,75 puntos] Calcula el rango de A según los diferentes valores de t
(b) [0,75 puntos] Razona para qué valores de t el sistema homogéneo $AX = 0$ tiene más de una solución.

Ejercicio 4.- Dados el punto P (1, 1, −1) y la recta r de ecuaciones $\begin{cases} x + z = 1 \\ y + z = 0 \end{cases}$

(a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a r y pasa por P. (b) [1,5 puntos] Halla la ecuación de la recta contenida en el plano de ecuación y + z = 0, que es perpendicular a r y pasa por P.

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

2011 - J

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se desea construir un depósito cilíndrico cerrado de área total igual a 54 m². Determina el radio de la base y la altura del cilindro para que éste tenga volumen máximo.

Ejercicio 2.- Sea $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$ la función definida por f (x) = ln(x + 1), donde ln denota la función logaritmo neperiano. a) [0,75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, el eje OY y la recta y = 1. Calcula los puntos de corte de las gráficas. b) [1,75 puntos] Halla el área del recinto anterior.

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones lineales $\left.\begin{array}{r} -\lambda x+y+z=1 \\ x+\lambda y+z=2 \\ \lambda x+y+z=1 \end{array}\right\}$ a) [1,75 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ. b) [0,75 puntos] Resuelve el sistema para λ = 0.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Determina el punto simétrico del punto A (–3, 1, 6) respecto de la recta r de ecuaciones $x-1=\frac{y+3}{2}=\frac{z+1}{2}$

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=\sqrt{x-1}$. Determina el punto P de la gráfica de f que se encuentra a menor distancia del punto A (2, 0). ¿Cuál es esa distancia?

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Halla

$$\int \frac{e^x}{(e^{2x}-1)(e^x+1)}\,dx$$

Sugerencia: efectúa el cambio de variable t = e^x.

Ejercicio 3.- Dada la matriz A = $\begin{pmatrix} \lambda+1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ (a) [1,25 puntos] Determina los valores de λ para los que la matriz $A^2 + 3A$ no tiene inversa. (b) [1,25 puntos] Para λ = 0, halla la matriz X que verifica la ecuación AX + A = 2I, siendo I la matriz identidad de orden 2.

Ejercicio 4.- Considera los puntos A (1, 0, –1) y B (2, 1, 0), y la recta r dada por $\begin{cases} x+y=1 \\ x+z=2 \end{cases}$ (a) [1,75 puntos] Determina la ecuación del plano que es paralelo a r y pasa por A y B. (b) [0,75 puntos] Determina si la recta que pasa por los puntos P (7, 2, 1) y Q (3, 4, 1) está contenida en dicho plano.

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2011 - S

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula la base y la altura de un triángulo de perímetro 8 y de área máxima.

Ejercicio 2.- Considera las funciones $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = 6x - x^2$ y $g(x) = x^2 - 2x$. (1) [0,75 puntos] Esboza las gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.
(2) [1,75 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Ejercicio 3.- Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & -1 \\ 1 & \alpha & -1 \\ -1 & -1 & \alpha \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(a) [1,75 puntos] Calcula el rango de A dependiendo de los valores de α. (b) [0,75 puntos] Para $\alpha = 2$, resuelve la ecuación matricial AX = B.

Ejercicio 4.- Considera los puntos A (–1, k, 3), B (k + 1, 0, 2), C (1, 2, 0) y D (2, 0 1). (a) [1,25 puntos] ¿Existe algún valor de k para el que los vectores $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$, y $\overrightarrow{CD}$ sean linealmente dependientes?
(b) [1,25 puntos] Calcula los valores de k para los que los puntos A, B, C y D forman un tetraedro de volumen 1.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \frac{3x^4+1}{x^3}$ para $x \neq 0$. (a) [1,25 puntos] Estudia las asíntotas de la gráfica de la función. (b) [1,25 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, y los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- Sean $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 4 \qquad y \qquad g(x) = x^2 - 1$$

(a) [0,75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = –2. (b) [1,75 puntos] Esboza el recinto limitado por las gráficas de ambas funciones y la recta y = x + 5. Calcula el área de este recinto.

Ejercicio 3.- Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ -\alpha & 3 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

(a) [1,25 puntos] Calcula los valores de α para los que la matriz inversa de A es $\frac{1}{12}A$. (b) [1,25 puntos] Para $\alpha = -3$, determina la matriz X que verifica la ecuación $A^tX = B$, siendo A^t la matriz traspuesta de A.

Ejercicio 4.- Dados el plano π de ecuación x + 2y – z = 0 y la recta r de ecuaciones $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + y - 4z = -13 \end{cases}$ (a) [0,75 puntos] Halla el punto de intersección del plano π y la recta r. (b) [1,75 puntos] Halla el punto simétrico del punto Q (1, –2, 3) respecto del plano π.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2012 - 1

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea la función $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\frac{1}{x}+\ln x$ donde ln denota la función logaritmo neperiano a) [1,75 puntos] Halla los extremos absolutos de la función f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) en el intervalo $\left[\frac{1}{e},\ e\right]$. b) [0,75 puntos] Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = e.

Ejercicio 2.- Sean $f, g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ las funciones definidas por f(x) = senx y g(x) = cosx respectivamente. a) [0,75 puntos] Realiza un esbozo de las gráficas de f y g en el intervalo $\left[0,\ \frac{\pi}{2}\right]$. b) [1,75 puntos] Calcula el área de los recintos limitados por ambas gráficas y las rectas x = 0 y x = $\frac{\pi}{2}$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Considera las matrices

$$A=\begin{pmatrix}1&2&0\\0&1&2\\1&2&1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\qquad y\qquad C=\begin{pmatrix}-1&2&0\\1&1&2\end{pmatrix}$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica $AXB=C^t$, siendo C^t la matriz traspuesta de C.

Ejercicio 4.- El punto M (1, −1, 0) es el centro de un paralelogramo y A (2, 1, −1) y B (0, −2, 3) son dos vértices consecutivos del mismo. (a) [1 punto] Halla la ecuación general del plano que contiene al paralelogramo. (b) [1,5 puntos] Determina uno de los otros dos vértices y calcula el área de dicho paralelogramo.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea la función definida por $f(x)=\frac{2x^2}{(x+1)(x-2)}$ para x ≠ −1 y x ≠ 2. a) [1 punto] Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f. b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. c) [0,5 puntos] Calcula, si existe, algún punto de la gráfica de f donde ésta corta a la asíntota horizontal.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=x^2cosx$ Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto (π, 0).

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} kx+2y=3\\ -x+2kz=-1\\ 3x-y-7z=k+1\end{cases}$ (a) [1,75 puntos] Estudia el sistema para los distintos valores del parámetro k. (b) [0,75 puntos] Resuélvelo para k = 1.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Calcula de manera razonada la distancia del eje OX a la recta r de ecuaciones $\begin{cases}2x-3y=4\\2x-3y-z=0\end{cases}$

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2012 - 2

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea la función $f: [1, e] \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 - 8\ln x$ donde ln denota la función logaritmo neperiano a) [0,75 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. b) [1 punto] Calcula los extremos absolutos y relativos de la función f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan). c) [0,75 puntos] Estudia los intervalos de concavidad y de convexidad.

Ejercicio 2.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^3 - 4x$ a) [0,75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 1. b) [0,75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta

$y = -x - 2$, determinando los puntos de corte de ambas gráficas. c) [1 punto] Calcula el área del recinto anterior.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + (k+1)y + 2z = -1 \\ kx + y + z = 2 \\ x - 2y - z = k + 1 \end{cases}$

(a) [1,75 puntos] Clasifícalo según los distintos valores de k. (b) [0,75 puntos] Resuélvelo para el caso $k = 2$.

Ejercicio 4.- Dadas las rectas

$$r \equiv \frac{x+3}{-6} = \frac{y-9}{4} = \frac{z-8}{4} \quad y \quad s \equiv \frac{x-3}{3} = \frac{y-9}{-2} = \frac{z-8}{-2}$$

(a) [1 punto] Determina la posición relativa de las rectas r y s. (b) [1,5 puntos] Calcula la distancia entre r y s.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^x(x^2 - x + 1)$ a) [0,75 puntos] Calcula $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. b) [1,25 puntos] Halla los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan), determinando si son máximos o mínimos. c) [0,5 puntos] Determina las abscisas de los puntos de inflexión de la gráfica de f.

Ejercicio 2.- Sean $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = x^2 - 2x$ y $g(x) = -x^2 + 4x$ respectivamente. a) [0,75 puntos] Halla los puntos de corte de sus gráficas y realiza un esbozo del recinto que limitan. b) [1,75 puntos] Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Encuentra la matriz X que satisface la ecuación $XA + A^3B = A$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Los puntos A (1, 1, 5) y B (1, 1, 2) son vértices consecutivos de un rectángulo ABCD. El vértice C, consecutivo a B, está en la recta $x = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+1}{2}$. Determina los vértices C y D.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2012 - 3

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Un alambre de longitud 2 metros se divide en dos trozos. Con el primero se forma un rectángulo cuya base es el doble de su altura y con el segundo trozo se forma un cuadrado. Calcula las longitudes de dichos trozos para que la suma de las áreas del rectángulo y el cuadrado resultantes sea mínima.

Ejercicio 2.- Se considera el recinto del plano situado en el primer cuadrante limitado por las rectas $y = 4x$, $y = 8 - 4x$ y la curva $y = 2x - x^2$. a) [0,5 puntos] Realiza un esbozo de dicho recinto. b) [2 puntos] Calcula su área.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + ky + 2z = k + 1 \\ x + 2y + kz = 3 \\ (k+1)x + y + z = k + 2 \end{cases}$

(a) [1,25 puntos] Determina los valores de k para los que el sistema tiene más de una solución. (b) [0,5 puntos] ¿Existe algún valor de k para el cual el sistema no tiene solución? (c) [0,75 puntos] Resuelve el sistema para $k = 0$.

Ejercicio 4.- Se consideran los vectores $\vec{u} = (k, 1, 1)$, $\vec{v} = (2, 1, -2)$ y $\vec{w} = (1, 1, k)$, donde k es un número real. (a) [0,75 puntos] Determina los valores de k para los que $\vec{u}, \vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes.

(b) [1 punto] Determina los valores de k para los que $\vec{u} + \vec{v}$ y $\vec{v} - \vec{w}$ son ortogonales. (c) [0,75 puntos] Para $k = -1$, determina aquellos vectores que son ortogonales a $\vec{v}$ y $\vec{w}$ y tienen módulo 1.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea la función $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln(x^2 + 3x + 3) - x$ donde ln denota la función logaritmo neperiano. a) [1,5 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan). b) [1 punto] Determina la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -2$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula los valores de a y b sabiendo que la función $f: (0, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^2 + b\ln(x)$, donde ln denota la función logaritmo neperiano, tiene un extremo relativo en $x = 1$ y que

$$\int_1^4 f(x)dx = 27 - 8ln4$$

Ejercicio 3.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, sea B la matriz que verifica que $AB = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$ (a) [1 punto] Comprueba que las matrices A y B poseen inversas. (b) [1,5 puntos] Resuelve la ecuación matricial $A^{-1}X - B = BA$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Encuentra los puntos de la recta

$$r \equiv \frac{x-1}{4} = \frac{2-y}{2} = z - 3$$

cuya distancia al plano $\pi \equiv x - 2y + 2z = 1$ vale cuatro unidades.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2012 - 4

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se considera la función derivable $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\begin{cases}1+\frac{a}{x-2} & si\ x<1\\ a+\frac{b}{\sqrt{x}} & si\ x\geq 1\end{cases}$ Calcula los valores de a y b.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea la función $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=(1-x^2)e^{-x}$. Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto (−1, 0).

Ejercicio 3.- Un estudiante ha gastado 57 euros en una papelería por la compra de un libro, una calculadora y un estuche. Sabemos que el libro cuesta el doble que el total de la calculadora y el estuche juntos. (a) [1,25 puntos] ¿Es posible determinar de forma única el precio del libro? ¿Y el de la calculadora? Razona las respuestas. (b) [1,25 puntos] Si el precio del libro, la calculadora y el estuche hubieran sufrido un 50 %, un 20% y un 25% de descuento respectivamente, el estudiante habría pagado un total de 34 euros. Calcula el precio de cada artículo.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Determina el punto P de la recta

$$r\equiv\frac{x+3}{2}=\frac{y+5}{3}=\frac{z+4}{3}$$

que equidista del origen de coordenadas y del punto A (3, 2, 1).

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] De entre todos los triángulos rectángulos de hipotenusa 10 unidades, determina las dimensiones del de área máxima.

Ejercicio 2.- Sean las funciones $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ y $g:[0,+\infty)\rightarrow\mathbb{R}$ definidas por $f(x)=\frac{x^2}{4}$ y $g(x)=2\sqrt{x}$. a) [0,75 puntos] Halla los puntos de corte de las gráficas de f y g. realiza un esbozo del recinto que limitan.
b) [1,75 puntos] Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases}x+y+kz=1\\ 2x+ky=1\\ y+2z=k\end{cases}$$

(a) [1 punto] Clasifica el sistema según los valores del parámetro k. (b) [0,75 puntos] Resuélvelo para k = 1. (c) [0,75 puntos] Resuélvelo para k = −1.

Ejercicio 4.- Considera el punto P (1, 0, 2) y la recta r dada por las ecuaciones $\begin{cases}2x-y-4=0\\ y+2z-8=0\end{cases}$ (a) [1 punto] Calcula la ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a r. (b) [1,5 puntos] Calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r.

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2012 - J

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=e^x(x-2)$ (a) [1 punto] Calcula las asíntotas de f (b) [1 punto] Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que alcanzan) y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. (c) [0,5 puntos] Determina, si existen, los puntos de inflexión de la gráfica de f.

Ejercicio 2.- Sea f una función continua en el intervalo [2, 3] y F una función primitiva de f tal que F(2) = 1 y F(3) = 2. Calcula: (a) [0,75 puntos] $\int_2^3 f(x)dx$ (b) [0,75 puntos] $\int_2^3 [5f(x)-7]dx$ (c) [1 punto] $\int_2^3 (F(x))^2 f(x)dx$

Ejercicio 3.- Sea la matriz A = $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & k & 1 \end{pmatrix}$ (a) [1 punto] ¿Para qué valores del parámetro k no existe la inversa de la matriz A? Justifica la respuesta. (b) [1,5 puntos] Para k = 0, resuelve la ecuación matricial (X + I)·A = A^t, donde I es la matriz identidad y A^t la matriz traspuesta de A.

Ejercicio 4.- De un paralelogramo ABCD conocemos tres vértices consecutivos: A (2, −1, 0), B (−2, 1, 0) y C (0, 1, 2). (a) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta que pasa por el centro del paralelogramo y es perpendicular al plano que lo contiene. (b) [0,75 puntos] Halla el área de dicho paralelogramo. (c) [0,75 puntos] Calcula el vértice D.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sabiendo que

$$\lim_{x\to 0}\frac{asen(x)-xe^x}{x^2}$$

es finito, calcula el valor de a y el de dicho límite.

Ejercicio 2.- Sea la función f definida por $f(x)=\frac{2}{x^2-1}$ para x ≠ −1 y x ≠ 1. (a) [1,25 puntos] Halla una primitiva de f. (b) [1,25 puntos] Calcula el valor de k para que el área del recinto limitado por el eje de abscisas y la gráfica de f en el intervalo [2, k] sea ln(2), donde ln denota el logaritmo neperiano.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x+y+z=\lambda+1 \\ 3y+2z=2\lambda+3 \\ 3x+(\lambda-1)y+z=\lambda \end{cases}$

(a) [1 punto] Resuelve el sistema para λ = 1. (b) [1 punto] Halla los valores de λ para los que el sistema tiene una única solución.
(c) [0,5 puntos] ¿Existe algún valor de λ para el que el sistema admite la solución $\left(-\frac{1}{2},\quad 0,\quad \frac{1}{2}\right)$?

Ejercicio 4.- Sean las rectas r y s dadas por

$$r\equiv\begin{cases} x+y-z=6 \\ x+z=3 \end{cases} \quad y \quad s\equiv\frac{x-1}{-1}=\frac{y+1}{6}=\frac{z}{2}$$

(a) [1,25 puntos] Determina el punto de intersección de ambas rectas. (b) [1,25 puntos] Calcula la ecuación general del plano que las contiene.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2012 - S

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea la función continua $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} x+k & si\ x\le 0 \\ \dfrac{e^{x^2}-1}{x^2} & si\ x>0 \end{cases}$$

(a) [1,25 puntos] Calcula el valor de k. (b) [1,25 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa x = 1.

Ejercicio 2.- Sea $I=\int_0^1 \frac{x}{1+\sqrt{1-x}}dx$ (a) [1,75 puntos] Expresa la integral I aplicando el cambio de variable $t=\sqrt{1-x}$. (b) [0,75 puntos] Calcula el valor de I.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones con dos incógnitas

$$\begin{cases} kx+2y=2 \\ 2x+ky=k \\ x-y=-1 \end{cases}$$

(a) [0,5 puntos] Prueba que el sistema es compatible para cualquier valor del parámetro k. (b) [1 punto] Especifica para qué valores del parámetro k es determinado y para cuáles indeterminado. (c) [1 punto] Halla las soluciones en cada caso.

Ejercicio 4.- Sean los puntos A (0, 0, 1), B (1, 0, –1), C (0, 1, –2) y D (1, 2, 0).
(a) [1 punto] Halla la ecuación del plano ⍰ determinado por los puntos A, B y C. (b) [0,5 puntos] Demuestra que los cuatro puntos no son coplanarios. (c) [1 punto] Calcula la distancia del punto D al plano π.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea la función f definida por $f(x)=\frac{e^{-x}}{1-x}$ para x ≠ 1. (a) [1,25 puntos] Estudia las asíntotas de la gráfica de la función f. (b) [1,25 puntos] Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

Ejercicio 2.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=\frac{9-x^2}{4}$. (a) [0,75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 1. (b) [1,75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, la recta x + 2y = 5 y el eje de abscisas. Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones con tres incógnitas

$$\begin{cases} x-y = \lambda \\ 2\lambda y+\lambda z=\lambda \\ -x-y+\lambda z=0 \end{cases}$$

(a) [1,25 puntos] Clasifícalo según los distintos valores del parámetro λ.
(b) [1,25 puntos] Resuélvelo para λ = 0 y λ = –1.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Halla el punto simétrico de P (2, 1, –5) respecto de la recta r definida por $\begin{cases} x-z=0 \\ x+y+2=0 \end{cases}$

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2013 - 3

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ para x > 0, x ≠ 1 (donde ln denota logaritmo neperiano) a) [1,25 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f. b) [1,25 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa x = e.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea g: $(0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por $g(x) = \frac{1}{x+\sqrt{x}}$ Determina la primitiva de g cuya gráfica pasa por el punto P(1, 0). *Sugerencia:* se puede hacer el cambio de variable $t = \sqrt{x}$.

Ejercicio 3.- Sean $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 \\ -1 & m & m-2 \\ m & 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$. a) [1,25 puntos] Determina el rango de A según los valores del parámetro m. b) [0,75 puntos] Discute el sistema $AX = B$ según los valores del parámetro m. c) [0,5 puntos] Resuelve el sistema $AX = B$ para m = 1.

Ejercicio 4.- Considera los puntos A (1, 2, 1), B (−1, 0, 2) y C (3, 2, 0) y el plano π determinado por ellos. a) [1,75 puntos] Halla la ecuación de la recta r que está contenida en π y tal que A y B son simétricos respecto de r. b) [0,75 puntos] Calcula la distancia de A a r.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \frac{k}{(x-a)(2x-1)}$ para x ≠ a y x ≠ $\frac{1}{2}$.
a) [1 punto] Halla a y k sabiendo que f pasa por el punto (0, 2) y que la recta x = 2 es una asíntota de dicha gráfica. b) [1,5 puntos] Para k = 4 y a = 2, halla los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x sen(2x) dx$.

Ejercicio 3.- Sean A y B las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -9 & 5 \end{pmatrix}$ a) [1,25 puntos] Calcula las matrices X e Y para las que $2X - Y = A$ y $X - 3Y = B$. b) [1,25 puntos] Halla la matriz Z que verifica $B^2 + ZA + B^t = 3I$ (I denota la matriz identidad y B^t la matriz traspuesta de B).

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \quad y \quad s \equiv \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ z - 5 = 0 \end{cases}$$

a) [1 punto] Determina la posición relativa de r y s. b) [1,5 puntos] Calcula la distancia entre r y s.

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2013 - 4

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Un rectángulo está inscrito en un semicírculo de $\sqrt{5}$ cm de radio, de forma que uno de sus lados está contenido en el diámetro del semicírculo y el lado opuesto tiene sus vértices sobre la semicircunferencia. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que es el de mayor perímetro posible.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Halla $\int \frac{x+1}{1+\sqrt{x}}dx$. *Sugerencia*: se puede hacer el cambio de variable t = $\sqrt{x}$

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left.\begin{array}{r} x-y+z=0 \\ 2x+3y-z=3 \end{array}\right\}.$$

a) [1,5 puntos] Determina el valor de m para el que al añadir la ecuación x + my + 4z = −3 al sistema anterior se obtenga un sistema con las mismas soluciones. b) [1 punto] Calcula la solución del sistema para la que la suma de los valores de las incógnitas sea 6.

Ejercicio 4.- Del paralelogramo ABCD se conocen los vértices A (−1, 0, 3), B (2, −1, 1) y C (3, 2, −3). a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene al paralelogramo. b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta que contiene a la diagonal AC del paralelogramo. c) [0,5 puntos] Calcula las coordenadas del vértice D.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Considera la función f: ℝ → ℝ dada por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Determina a, b y c sabiendo que la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 0 es y + x = −3 y que el punto de inflexión tiene abscisa x = 1.

Ejercicio 2.- Sea g: $(0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por g(x) = |ln(x)| (donde ln denota logaritmo neperiano). a) [1,25 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de g y la recta y = 1. Calcula los puntos de corte entre ellas. b) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto anterior.

Ejercicio 3.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. a) [1,25 puntos] Calcula X e Y tales que X − Y = A^t y 2X − Y = B (A^t es la matriz traspuesta de A). b) [1,25 puntos] Calcula Z tal que AZ = BZ + A.

Ejercicio 4.- Considera los puntos A (1, 2, 3) y B (−1, 0, 4). a) [1,25 puntos] Calcula las coordenadas de los puntos que dividen al segmento AB en tres partes iguales. b) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por el punto A y es perpendicular al segmento AB.

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2013 - 5

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea g la función definida por $g(x) = \frac{mx^3}{(x-n)^2}$ para x ≠ n. a) [1,75 puntos] Halla m y n sabiendo que la recta y = 2x − 4 es una asíntota de la gráfica de g. b) [0,75 puntos] Determina si la gráfica de g es simétrica respecto al origen.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] De la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ se sabe que alcanza un máximo relativo en x = 1, que la gráfica tiene un punto de inflexión en (0, 0) y que $\int_0^1 f(x)dx = \frac{5}{4}$. Calcula a, b, c y d.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \ y \ C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$$

a) [0,75 puntos] Halla A^{-1}. b) [1,25 puntos] Calcula la matriz X que satisface $AX = B^tC$ (B^t es la matriz traspuesta de B) c) [0,5 puntos] Halla el determinante de $A^{2013}B^tB(A^{-1})^{2013}$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Calcula la distancia entre las rectas r ≡ x = y = z y s ≡ x −1 = y −2 = z − 3.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Se sabe que un punto de inflexión de la gráfica de f tiene abscisa x = 1 y que f tiene un mínimo relativo en x = 2 de valor −9. Calcula a, b y c.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int_2^4 \frac{x^2}{x^2-6x+5}dx$.

Ejercicio 3.- Sabiendo que el determinante de una matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ p & q & r \end{pmatrix}$ es 4, calcula los siguientes determinantes indicando, en cada caso, las propiedades que utilizas: a) [1 punto] $\det(-2A)$ y $\det(A^{-1})$.

b) [1,5 puntos] $\begin{vmatrix} a & -b & c \\ 2d & -2e & 2f \\ p & -q & r \end{vmatrix}$ y $\begin{vmatrix} -3d & -3e & -3f \\ a & b & c \\ -p & -q & -r \end{vmatrix}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Considera las rectas

$$r \equiv x = y = z \quad s \equiv \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \quad y \quad t \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 3\lambda \\ z = -1 + \lambda \end{cases}$$

Halla la recta que corta a r y a s y es paralela a t.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2013 - 6

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Halla las dimensiones del rectángulo de área máxima inscrito en un triángulo isósceles de 6 metros de base (el lado desigual) y 4 metros de alto.

Ejercicio 2.- Sean f y g las funciones definidas por f(x) = 2 − x y g(x) = $\frac{2}{x+1}$ para x ≠ −1. a) [0,5 puntos] Calcula los puntos de corte entre las gráficas de f y g. b) [0,5 puntos] Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes. c) [1,5 puntos] Halla el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales,

$$\left.\begin{array}{r} x+2y+z=0 \\ x-y+mz=m-2 \\ mx+y+3z=m-2 \end{array}\right\}$$

a) [1,75 puntos] Discute el sistema según los valores del parámetro m. b) [0,75 puntos] Resuélvelo, si es posible, para m = 2.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Determina el punto de la recta $r \equiv \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = z+1$ que equidista de los planos

$$\pi_1 \equiv x-y+3z+2=0 \quad y \quad \pi_2 \equiv \begin{cases} x = -4+\lambda-3\mu \\ y = 1+\lambda \\ z = \mu \end{cases}$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea *f* la función definida por f(x) = $xe^{\frac{1}{x}}$ para x ≥ −1, x ≠ 0. a) [1 punto] Calcula los límites laterales de *f* en x = 0. b) [1,5 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de *f*.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int_2^4 \frac{e^x}{1+\sqrt{e^x}}dx$. *Sugerencia*: se puede hacer el cambio de variable t =$\sqrt{e^x}$

Ejercicio 3.- Sea M una matriz cuadrada de orden 3 tal que su determinante es det(M) = 2. Calcula: a) [0,5 puntos] El rango de M^3. b) [0,75 puntos] El determinante de $2M^t$ (M^t es la matriz traspuesta de M). c) [0,75 puntos] El determinante de $(M^{-1})^2$. d) [0,5 puntos] El determinante de N, donde N es la matriz resultante de intercambiar la primera y segunda filas de M.

Ejercicio 4.- Considera los puntos A (0, 5, 3), B (−1, 4, 3), C (1, 2, 1) y D (2, 3, 1). a) [1,75 puntos] Comprueba que los cuatro puntos son coplanarios y que ABCD es un rectángulo. b) [0,75 puntos] Calcula el área de dicho rectángulo.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2013 - J

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x\to 0} \frac{x\cdot cosx + b\cdot senx}{x^3}$ es finito, calcula b y el valor del límite.

Ejercicio 2.- Sean f : ℝ → ℝ y g : ℝ → ℝ las funciones definidas mediante:
$f(x) = |x(x-2)|$ y $g(x) = x + 4$ a) [1,25 puntos] Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes. Calcula los puntos de corte entre ambas gráficas. b) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Ejercicio 3.- Sea M = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m+1 & 0 \\ 1 & 1 & m-1 \end{pmatrix}$ a) [0,75 puntos] Determina los valores de m para los que los vectores fila de M son linealmente independientes. b) [1 punto] Estudia el rango de M según los valores de m. c) [0,75 puntos] Para $m = 1$, calcula la inversa de M.

Ejercicio 4.- Sea r la recta que pasa por el punto (1, 0, 0) y tiene como vector dirección $(a, 2a, 1)$ y sea s la recta dada por $\begin{cases} -2x + y = -2 \\ -ax + z = 0 \end{cases}$ a) [1 punto] Calcula los valores de a para los que r y s son paralelas. b) [1,5 puntos] Calcula, para $a = 1$, la distancia entre r y s.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea f : $(-\infty, 1) \to \mathbb{R}$ la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x + 2e^{-x} & si \quad x \leq 0 \\ a\sqrt{b-x} & si \quad 0 < x < 1 \end{cases}$$

a) [1,5 puntos] Determina a y b sabiendo que f es derivable en todo su dominio.
b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 0.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea g: ℝ → ℝ la función definida por: $g(x) = \ln(x^2 + 1)$ (donde ln denota el logaritmo neperiano). Calcula la primitiva de g cuya gráfica pasa por el origen de coordenadas.

Ejercicio 3.- Sea A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

a) [1,5 puntos] Comprueba que $A^2 = 2I$ y calcula A^{-1}.
b) [1 punto] Calcula A^{2013} y su inversa.

Ejercicio 4.- Considera los puntos P (2, 3, 1) y Q (0, 1, 1). a) [1,75 puntos] Halla la ecuación del plano π respecto del cual P y Q son simétricos.
b) [0,75 puntos] Calcula la distancia de P a π.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2013 - S

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Un alambre de 10 metros de longitud se divide en dos trozos. Con uno de ellos se forma un triángulo equilátero y con otro un cuadrado. Halla la longitud de dichos trozos para que la suma de las áreas sea mínima.

Ejercicio 2.- a) [2 puntos] Determina la función f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f'(x) = (2x+1)e^{-x}$ y su gráfica pasa por el origen de coordenadas.
b) [0,5 puntos] Calcula la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 0.

Ejercicio 3.- Considera las matrices A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ y B = $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ a) [1 punto] Halla, si es posible, A^{-1} y B^{-1} b) [0,25 puntos] Halla el determinante de $AB^{2013}A^t$ siendo A^t la matriz traspuesta de A
c) [1,25 puntos] Calcula la matriz X que satisface AX – B = AB.

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación 2x + y + 3z – 6 = 0. a) [1,5 puntos] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano con los ejes de coordenadas. b) [1 punto] Calcula el volumen del tetraedro determinado por el plano π y los planos coordenados.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea f: (0, +∞) → ℝ definida por $f(x) = \frac{2\ln(x)}{x^2}$ (donde ln denota logaritmo neperiano) a) [1,75 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) b) [0,75 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

Ejercicio 2.- Sea g: ℝ→ ℝ la función definida por $g(x) = -x^2 + 6x - 5$ a) [0,75 puntos] Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de g en el punto de abscisa x = 4. b) [1,75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de g y la recta x – 2y + 2 = 0. Calcula el área de este recinto.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{r} 2x - 4y + 6z = 6 \\ my + 2z = m+1 \\ -3x + 6y - 3mz = -9 \end{array}\right\}$$

a) [1,75 puntos] Discute el sistema según los valores del parámetro m. b) [0,75 puntos] Resuélvelo para m = 3. Para dicho valor de m, calcula, si es posible, una solución en la que y = 0.

Ejercicio 4.- Considera los puntos A (1, 0, 2), B (–2, 3, 1), C (2, 1, 2) y D (1, 0, 4).
a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a A, B, y C. b) [1,5 puntos] Halla el punto simétrico de D respecto del plano x – y – 5z + 9 = 0.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2014 - 1

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] De entre todos los triángulos rectángulos de área 8 cm^2, determina las dimensiones del que tiene la hipotenusa de menor longitud.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula

$$\int \frac{dx}{2x(x+\sqrt{x})}$$

(Sugerencia: cambio de variable $t=\sqrt{x}$)

Ejercicio 3.- Sabiendo que el determinante de la matriz $A=\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix}$ es 3, halla los siguientes determinantes indicando, en cada caso, las propiedades que utilices: a) [1 punto] $\det(A^3)$, $\det(A^{-1})$, $\det(A+A^t)$ (A^t indica la traspuesta de A) b) [0,75 puntos] $\det\begin{pmatrix} a & b & c \\ c & e & f \\ 2b & 2d & 2e \end{pmatrix}$

c) [0,75 puntos] $\det\begin{pmatrix} a & b & 4a-c \\ b & d & 4b-e \\ c & e & 4c-f \end{pmatrix}$

Ejercicio 4.- Sea la recta r definida por $\begin{cases} x=1+\lambda \\ y=1+\lambda \\ z=\quad\lambda \end{cases}$ y s ecuaciones $\frac{x-1}{-2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-2}$

a) [1,75 puntos] Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s. b) [0,75 puntos] Calcula la distancia entre r y s.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función derivable definida por

$$f(x)=\begin{cases} a-x & si\ x\leq 1 \\ \dfrac{b}{x}+lnx & si\ x>1 \end{cases}$$

a) [1,25 puntos] Calcula a y b. b) [1,25 puntos] Para a = 3 y b = 2 calcula los extremos absolutos de f en el intervalo [0, e] (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan)

Ejercicio 2.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=e^x\text{cos}x$ a) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 0. b) [1,5 puntos] Calcula la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto (0, 0).

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left.\begin{array}{r} mx-2y+z=1 \\ x-2my+z=-2 \\ x-2y+mz=1 \end{array}\right\}$$

a) [1,75 puntos] Discute el sistema según los valores del parámetro m. b) [0,75 puntos] Si es posible, resuelve el sistema para m = −2.

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación 2x + y − z + 2 = 0, y la recta r de ecuaciones

$$\frac{x-5}{-2}=y=\frac{z-6}{-3}$$

a) [0,5 puntos] Determina la posición relativa de π y r. b) [1 punto] Halla la ecuación general del plano que contiene a r y es perpendicular a π. c) [1 punto] Halla las ecuaciones paramétricas del plano paralelo a π que contiene a r.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2014 - 2

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x\to 1}\left(\frac{x}{x-1}-\frac{a}{lnx}\right)$ es finito, calcula a y el valor del límite (ln denota el logaritmo neperiano).

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina una función derivable $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ sabiendo que $f(1) = -1$ y que

$$f'(x)=\begin{cases} x^2-2x & si \quad x<0 \\ e^x-1 & si \quad x\geq 0\end{cases}$$

Ejercicio 3.- Se sabe que el determinante de la matriz $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{pmatrix}$ es -3. Calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes: a) [1 punto] $\det(-2A)$ y $\det(A^{-1})$.

b) [1,5 puntos] $\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 7a_{11} & 7a_{12} & 7a_{13} \\ 2a_{31} & 2a_{32} & 2a_{33}\end{vmatrix}$ y $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21}+2a_{31} & 5a_{31} \\ a_{12} & a_{22}+2a_{32} & 5a_{32} \\ a_{13} & a_{23}+2a_{33} & 5a_{33}\end{vmatrix}$

Ejercicio 4.- Considera los vectores $\vec{u} = (1,-1,3)$, $\vec{v} = (1,0,-1)$ y $\vec{w} = (\lambda,1,0)$.
a) [0,75 puntos] Calcula los valores de λ que hacen que $\vec{u}$ y $\vec{w}$ sean ortogonales. b) [0,75 puntos] Calcula los valores de λ que hacen que $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ sean linealmente independientes. c) [1 punto] Para $\lambda = 1$ escribe el vector $\vec{r} = (3,0,2)$ como combinación lineal de $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Considera la función derivable $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^x-e^{-x}}{2x} & si \quad x<0 \\ ax+b & si \quad x\geq 0\end{cases}$$

a) [1,75 puntos] Calcula a y b. b) [0,75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -1$.

Ejercicio 2.- Considera el recinto limitado por las siguientes curvas $y = x^2$, $y = 2 - x^2$, $y = 4$ a) [1 punto] Haz un esbozo del recinto y calcula los puntos de corte de las curvas. b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto.

Ejercicio 3.- Considera las matrices,

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0\end{pmatrix} \text{ y } B=\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 3 & -1 & -3 \\ -1 & -2 & -1\end{pmatrix}$$

a) [0,5 puntos] Calcula A^{-1}. b) [2 puntos] Halla la matriz X que verifica $A^tX + B = I$, siendo I la matriz identidad y A^t la matriz traspuesta de A.

Ejercicio 4.- Sea r la recta dada por $\frac{x+2}{2} = y+1 = \frac{z-1}{-3}$ y sea s la recta dada por $\begin{cases} x-y-3=0 \\ 3y-z+6=0\end{cases}$ a) [1 punto] Estudia la posición relativa de r y s. b) [1,5 puntos] Halla la ecuación general del plano que contiene a r y es paralelo a s.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2014 - 3

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \frac{1}{2x} + lnx$ para x > 0 (ln denota el logaritmo neperiano). a) [1,75 puntos] Determina el punto de la gráfica de f en el que la pendiente de la recta tangente es máxima. b) [0,75 puntos] Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 1.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int_{-1}^{1} \ln(4-x)dx$ (ln denota el logaritmo neperiano)

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left.\begin{array}{ccccccc} x & + & (m+1)y & + & 2z & = & -1 \\ mx & + & y & + & z & = & m \\ (1-m)x & + & 2y & + & z & = & -m-1 \end{array}\right\}$$

a) [1,75 puntos] Discute el sistema según los valores del parámetro m. b) [0,75 puntos] Resuélvelo para m = 2. Para dicho valor de m, calcula, si es posible, una solución en la que z = 2.

Ejercicio 4.- Considera los vectores $\vec{u}$ = (1, –1, 0), $\vec{v}$ = (0, 1, 2) y $\vec{w}$ = (1 + α, 2α, 2 – 3α). Halla los valores de α en cada uno de los siguientes casos: a) [1 punto] $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ están en el mismo plano. b) [0,5 puntos] $\vec{w}$ es perpendicular a $\vec{u}$ y a $\vec{v}$. c) [1 punto] El volumen del tetraedro que tiene por aristas a los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ es $\frac{1}{6}$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$

Halla b, c y d sabiendo que f tienen un máximo relativo en x = –1 y que $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)}{x-1} = 4$.

Ejercicio 2.- Sea $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = -x^2 + 2x + 3$. a) [0,5 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 2. b) [0,75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, la recta 2x + y – 7 = 0 y el eje OX, calculando los puntos de corte. c) [1,25 puntos] Halla el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3.- Considera las matrices,

$$A = \begin{pmatrix} 1+m & 1 \\ 1 & 1-m \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) [0,75 puntos] ¿Para qué valores de m se verifica que $A^2 = 2A + I$? (I denota la matriz identidad). b) [1,75 puntos] Para m = 1, calcula A^{-1} y la matriz X que satisface AX – B = AB.

Ejercicio 4.- Considera el punto P(2, –2, 0) y la recta r dada por

$$\begin{cases} x + z - 2 = 0 \\ y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

a) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a P y es perpendicular a r. b) [1,25 puntos] Calcula la distancia de P a r.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2014 - 4

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x\to 0} \frac{tanx - senx}{x - senx}$.

Ejercicio 2.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función derivable definida por

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$$

a) [0,75 puntos] Halla, si existe, el punto de la gráfica de f en el que la recta tangente es $y = 3 - x$. b) [1,75 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y la recta del apartado anterior.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones con incógnitas x, y, z,

$$\left.\begin{array}{lcl} \lambda y + (1+\lambda)z & = & \lambda \\ \lambda x + z & = & \lambda \\ x + \lambda z & = & \lambda \end{array}\right\}$$

a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores del parámetro λ. b) [0,5 puntos] Resuelve el sistema para $\lambda = 1$. c) [0,5 puntos] Para $\lambda = 0$, si es posible, da tres soluciones distintas.

Ejercicio 4.- Sean A(–3, 4, 0), B(3, 6, 3) y C(–1, 2, 1) los vértices de un triángulo.
a) [1 punto] Halla la ecuación del plano π que contiene al triángulo. b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta perpendicular a π que pasa por el origen de coordenadas. c) [0,5 puntos] Calcula el área del triángulo ABC.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Considera la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 e^{-x^2}$ a) [0,75 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f. b) [1,25 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan). c) [0,5 puntos] Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea $f: (-1, 3) \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \frac{x+9}{(x+1)(x-3)}$$

Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto (1, 0).

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Considera las matrices,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & -5 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Halla la matriz X que verifica $A^{-1}XA = B - A$.

Ejercicio 4.- Considera el punto A(8, –1, 3) y la recta r dada por

$$\frac{x+1}{2} = y - 2 = \frac{z-1}{3}$$

a) [1,25 puntos] Calcula la ecuación del plano que pasa por A y es perpendicular a r. b) [1,25 puntos] Halla el punto simétrico de A respecto de r.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2014 - J

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. a) [1,75 puntos] Halla a, b y c para que la gráfica de f tenga un punto de inflexión de abscisa $x = \frac{1}{2}$ y que la recta tangente en el punto de abscisa $x = 0$ tenga por ecuación y = 5 – 6x. b) [0,75 puntos] Para $a = 3$, $b = -9$ y $c = 8$, calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas respectivamente por

$$f(x) = \frac{|x|}{2} \qquad y \qquad g(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

a) [1 punto] Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes y calcula los puntos de corte entre ambas gráficas. b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x + 3y + z = 5 \end{array}\right\}$$

a) [1,5 puntos] Calcula α de manera que al añadir una tercera ecuación de la forma αx + y – 7z = 1 el sistema resultante tenga las misma soluciones que el original. b) [1 punto] Calcula las soluciones del sistema dado tales que la suma de los valores de las incógnitas sea 4.

Ejercicio 4.- Considera la recta r que pasa por los puntos A (1, 0, –1) y B (–1, 1, 0).
a) [1 punto] Halla la ecuación de la recta s paralela a r que pasa por C (–2, 3, 2). b) [1,5 puntos] Calcula la distancia de r a s.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se desea construir un depósito en forma de cilindro recto, con base circular y sin tapadera, que tenga una capacidad de 125 m³. Halla el radio de la base y la altura que debe tener el depósito para que la superficie sea mínima.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea f la función definida por $f(x) = xLn(x+1)$ para $x > -1$ (Ln denota el logaritmo neperiano). Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto (1, 0).

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica $AX + B = A^2$.

Ejercicio 4.- Sea r la recta definida por $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x - y + z = 1 \end{cases}$ a) [1,5 puntos] Determina la ecuación general del plano que contiene a r y pasa por el origen de coordenadas. b) [1 punto] Halla las ecuaciones paramétricas del plano que corta perpendicularmente a r en el punto (1, 1, 0).

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2014 - S

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x\to 0} \frac{\cos(3x)-e^x+ax}{x\cdot sen(x)}$ es finito, calcula a y el valor del límite.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula

$$\int_0^1 \frac{x^2}{2x^2-2x-4}\,dx$$

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left.\begin{array}{r} x-y+mz=0 \\ mx+2y+z=0 \\ -x+y+2mz=0 \end{array}\right\}$$

a) [0,75 puntos] Halla los valores del parámetro m para los que el sistema tiene una única solución. b) [1 punto] Halla los valores del parámetro m para los que el sistema tiene alguna solución distinta de la solución nula. c) [0,75 puntos] Resuelve el sistema para m = –2.

Ejercicio 4.- Considera los puntos A (1, 1, 2) y B (1, –1, –2) y la recta r dada por $\begin{cases} x=1+2t \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$. a) [1 punto] Halla la ecuación general del plano que contiene a r y es paralelo a la recta que pasa por A y por B.
b) [1,5 puntos] Halla el punto de la recta r que está a la misma distancia de A y de B.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] De entre todos los números reales y positivos, determina el que sumado con su inverso da suma mínima.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{cos^2x}\,dx$$

(Sugerencia: Integración por partes)

Ejercicio 3.- Sabiendo que el determinante de la matriz $A=\begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ es 2, calcula los siguientes determinantes indicando, en cada caso, las propiedades que utilices: a) [0,5 puntos] det(3A) b) [0,5 puntos] det(A^{-1}) c) [0,75 puntos] $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 3x & 2y & z \\ 3 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ d) [0,75 puntos] $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x+2 & y+4 & z+6 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$

Ejercicio 4.- Sea r la recta que pasa por los puntos A (1, 0, –1) y B (2, –1, 3). a) [1,25 puntos] Calcula la distancia del origen de coordenadas a la recta r. b) [1,25 puntos] Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y pasa por el origen de coordenadas.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2015 - 1

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Halla los coeficientes a, b, c y d sabiendo que f presenta un extremo local en el punto de abscisa x = 0, que (1, 0) es punto de inflexión de la gráfica de f y que la pendiente de la recta tangente en dicho punto es –3.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula el valor de $a > 1$ sabiendo que el área del recinto comprendido entre la parábola $y=-x^2+ax$ y la recta $y = x$ es $\frac{4}{3}$.

Ejercicio 3.- Considera el sistema dado por $AX=B$.

$$A=\begin{pmatrix}\alpha & 2 & -1\\ 0 & 1 & 2\\ 3 & 4 & \alpha\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}1\\ \alpha-2\\ 3\end{pmatrix}\ \ y\ \ X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}$$

(a) [0,75 puntos] Determina, si existen, los valores de α para los que el sistema tiene solución única.

(b) [0,75 puntos] Determina, si existen, los valores de α para los que el sistema no tiene solución

(c) [1 punto] Determina, si existen, los valores de α para los que el sistema tiene al menos dos soluciones. Halla todas las soluciones en dichos casos.

Ejercicio 4.- Considera los puntos B (1, 2, –3), C(9, –1, 2), D(5, 0, –1) y la recta $r\equiv\begin{cases}x+y+1=0\\ y-z=0\end{cases}$.

(a) [1,25 puntos] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son B, C y D.

(b) [12,5 puntos] Halla el punto A en la recta r de forma que el triángulo ABC sea rectángulo en A.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=x^2-|x|$.

(a) [0,5 puntos] Estudia la derivabilidad de f.

(b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

(c) [1 punto] Calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- Sea f la función definida por $f(x)=\frac{x^2+1}{x^2(x-1)}$ para $x\neq 0$ y $x\neq 1$ y sea F la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto P(2, ln(2)) (ln denota logaritmo neperiano).

(a) [0,5 puntos] Calcula la recta tangente a la gráfica de F en el punto P.

(b) [2 puntos] Determina la función F.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 4 & 9\end{pmatrix}\ \ y\ \ B=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1\\ 1 & 1 & -1\end{pmatrix}$$

(a) [1,75 puntos] Halla la matriz X que verifica $AX-B=I$ (I denota la matriz identidad de orden 3).

(b) [0,75 puntos] Calcula el determinante de la matriz $(A^2B^{-1})^{2015}$.

Ejercicio 4.- Considera el punto P(1, 0, –1) y la recta r dada por $\begin{cases}x+y=0\\ z-1=0\end{cases}$

(a) [1,5 puntos] Halla la distancia de P a r.

(b) [1 punto] Determina la ecuación del plano que pasa por P y contiene a r.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2015 - 2

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$ para x ≠ 1.

(a) [1 punto] Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f.

(b) [1,5 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) de f.

Ejercicio 2.- Sea f la función dada por $f(x) = \frac{\ln(x)}{2x}$ para x > 0 (ln denota la función logaritmo neperiano) y sea F la primitiva de f tal que $F(1) = 2$.

(a) [0,5 puntos] Calcula $F'(e)$.

(b) [2 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de F en el punto de abscisa x = e.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \alpha x + y + 3z = 4 \\ x + y - 2z = -2 \\ -x + 2y + (3+\alpha)z = 4 + \alpha \end{cases}$$

(a) [1,25 puntos] Determina, si existen, los valores de α para los que el sistema dado tiene una solución única.

(b) [1,25 puntos] Determina, si existen, los valores de α para los que el sistema dado tiene al menos dos soluciones. Halla todas las soluciones en dichos casos.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Halla unas ecuaciones paramétricas para la recta r, que contiene al punto P(3, −5, 4) y corta perpendicularmente a la recta

$$s \equiv \frac{x-4}{5} = \frac{y-8}{-3} = \frac{z}{4}$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Queremos fabricar una caja con base cuadrada, de tal manera que la altura de la caja más el perímetro de la base sumen 60 cm. Determina sus dimensiones para que contenga el mayor volumen posible.

Ejercicio 2.- Sean $f: [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = \sqrt{2x}$ y $g(x) = \frac{1}{2}x^2$.

(a) [0,75 puntos] Halla los puntos de corte de las gráficas de f y g. Haz el esbozo del recinto que limitan.

(b) [1,75 puntos] Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] Halla el determinante de una matriz X que verifique la igualdad $X^2AX = B$.

b) [1,5 puntos] Determina, si existe, la matriz Y que verifica la igualdad $A^2YB^{-1} = A$.

Ejercicio 4.- Sea r la recta de ecuación $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = z$.

(a) [1,5 puntos] Halla el punto de r que equidista del origen de coordenadas y del punto P(4, −2, 2).

(b) [1 punto] Determina el punto de la recta r más próximo al origen de coordenadas.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2015 - 3

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se quiere vallar un campo rectangular que está junto a un camino. Si la valla del lado del camino cuesta 80 euros/metro y la de los otros lados 10 euros/metro, halla las dimensiones del campo de área máxima que puede vallarse con 28 800 euros.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula

$$\int \frac{dx}{(x-2)\sqrt{x+2}} \quad (Sugerencia: \sqrt{x+2} = t)$$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Halla la matriz X que verifica la igualdad $AXA^{-1} + B = CA^{-1}$, sabiendo que

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad y \quad BA = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -5 & -3 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4.- Considera el punto P(–3, 1, 6) y la recta r dada por $\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ y - z + 2 = 0 \end{cases}$

(a) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a r.

(b) [1,25 puntos] Calcula las coordenadas del punto simétrico de P respecto de la recta r.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determina a y b sabiendo que $b > 0$ y que la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot \cos(x) + 2x & si \quad x < 0 \\ a^2 \ln(x+1) + \dfrac{b}{x+1} & si \quad x \geq 0 \end{cases}$$

es derivable. (ln denota la función logaritmo neperiano).

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea g la función definida por g(x) = ln (x) para x > 0 (ln denota la función logaritmo neperiano). Calcula el valor de $a > 1$ para el que el área del recinto limitado por la gráfica de g, el eje de abscisas y la recta $x = a$ es 1.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} \lambda x + \lambda y + \lambda z = 0 \\ \lambda x + 2y + 2z = 0 \\ \lambda x + 2y + z = 0 \end{cases}$

(a) [1,75 puntos] Discute el sistema según los valores de λ.

(b) [0,75 puntos] Determina, si existen, los valores de λ para los que el sistema tiene alguna solución en la que $z \neq 0$.

Ejercicio 4.- Los puntos A(0, 1, 1) y B(2, 1, 3) son dos vértices de un triángulo. El tercer vértice es un punto de la recta r dada por $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ y.

(a) [1 punto] Calcula las coordenadas de los posibles puntos C de r para que el triángulo ABC tenga un ángulo recto en el vértice A.

(b) [1,5 puntos] Calcula las coordenadas de los posibles puntos D de r para que el triángulo ABD tenga un área igual a $\sqrt{2}$.

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2015 - 4

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Halla a y b sabiendo que es continua la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida como

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+\cos(x)-ae^x}{x^2} & si \quad x\neq 0\\ b & si \quad x=0\end{cases}$$

Ejercicio 2.- Sea f la función definida por $f(x)=|\ln(x)|$ para x > 0 (ln denota logaritmo neperiano)

(a) [0,5 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta y = 1.
(b) [0, 5 puntos] Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con la recta y = 1.
(c) 1,5 puntos] Calcula el área del recinto citado.

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & m\\ m-1 & 0 & 2\\ 0 & 1-m & 0\end{pmatrix}$.

(a) [1,75 puntos] Halla el valor, o valores, de m para los que la matriz A tiene rango 2.

(b) [0,75 puntos] Para m = 1, determina A^{2015}.

Ejercicio 4.- Sean los planos $\pi \equiv x + 3y + 2z - 5 = 0$ y $\pi' \equiv -2x + y + 3z + 3 = 0$.

(a) [1,5 puntos] Determina el ángulo que forman π y π'.

(b) [1 punto] Calcula el volumen del tetraedro limitado por π y los planos coordenados.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=(x^2+3x+1)e^x$.

(a) [1 punto] Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f.
(b) [1 punto] Halla los puntos de la gráfica de f cuya recta tangente es horizontal.
(c) [0,5 puntos] Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 0.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula

$$\int e^{2x}sen(x)dx$$

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x+\alpha z=2\\ 2x+\alpha y=\alpha+4\\ 3x+y+(\alpha+4)=7\end{cases}$

(a) [1,75 puntos] Discute el sistema según los valores de α.

(b) [0,75 puntos] Resuelve el sistema para α = 2.

Ejercicio 4.- Sean el punto P(1, 6, −2) y la recta $r\equiv \frac{x-5}{6}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z}{2}$.

(a) [1 punto] Halla la ecuación general del plano π que contiene al punto P y a la recta r.

(b) [1,5 puntos] Calcula la distancia entre el punto P y la recta r.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2015 - J

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se quiere construir un depósito abierto de base cuadrada y paredes verticales con capacidad para 13,5 metros cúbicos. Para ello se dispone de una chapa de acero de grosor uniforme. Calcula las dimensiones del depósito para que el gasto sea el mínimo posible.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula

$$\int \frac{-x^2}{x^2+x-2}\,dx$$

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} \lambda x + y - z = -1 \\ \lambda x \;+\; \lambda z = \lambda \\ x + y - \lambda z = 0 \end{cases}$$

a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de λ. b) [1 punto] Resuelve el sistema para $\lambda = 0$.

Ejercicio 4.- Sean los puntos A(0, 1, 1), B(2, 1, 3), C(−1, 2, 0) y D(2, 1, m). a) [0,75 puntos] Calcula m para que A, B, C y D estén en un mismo plano. b) [0,75 puntos] Determina la ecuación del plano respecto del cual los puntos A y B son simétricos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sabiendo que

$$\lim_{x\to 0} \frac{ax^2+bx+1-\cos(x)}{sen(x^2)}$$

es finito e igual a uno, calcula los valores de a y b.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina la función $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ sabiendo que $f''(x) = \ln(x)$ y que su gráfica tiene tangente horizontal en el punto P(1, 2) (ln denota la función logaritmo neperiano).

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & m \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & m & 0 \\ 3 & 2 & m \end{pmatrix}$$

a) [1,5 puntos] Encuentra el valor, o los valores, de m para los que A y B tienen el mismo rango. b) [1 punto] Determina, si existen, los valores de m para los que A y B tienen el mismo determinante.

Ejercicio 4.- Sea el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 8 = 0$. a) [1,5 puntos] Calcula el punto P’, simétrico del punto P(2, −1, 5) respecto del plano π. b) [1 punto] Calcula la recta r', simétrica de la recta $r \equiv \frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-5}{1}$ respecto del plano π.

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2015 - S

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Halla los valores de a, b y c sabiendo que la gráfica de la función $f(x) = \frac{ax^2+b}{x+c}$ tiene una asíntota vertical en $x = 1$, una asíntota oblicua de pendiente 2, y un extremo local en el punto de abscisa $x = 3$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula

$$\int_0^{\pi} x^2 sen(x)dx$$

Ejercicio 3.- Considera las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad y \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

a) [1,5 puntos] Determina la matriz X para que $A^t X B^{-1} = C$, (A^t es la traspuesta de A).

b) [1 punto] Calcula el determinante de $B^{-1}(C^t C)B$, (C^t es la traspuesta de C).

Ejercicio 4.- Sea r la recta definida por $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = \lambda - 2 \end{cases}$ y la recta s dada por $\begin{cases} x - y = 1 \\ z = -1 \end{cases}$.

a) [1,75 puntos] Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a las rectas dadas.

b) [0,75 puntos] Calcula la distancia entre r y s.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Un granjero desea vallar un terreno rectangular de pasto adyacente a un río. El terreno debe tener 180 000 m² para producir suficiente pasto para su ganado. ¿Qué dimensiones tendrá el terreno rectangular de modo que utilice la mínima cantidad de valla, si el lado que da al río no necesita vallado?

Ejercicio 2.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = |x^2 - 4|$.

a) [0,75 puntos] Haz un esbozo de la gráfica de f.

b) [1,75 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y la recta $y = 5$.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x + y + (\alpha - 1)z = \alpha - 1 \\ x - \alpha y - 3z = 1 \\ x + y + 2z = 2\alpha - 2 \end{cases}$$

a) [1 punto] Resuelve el sistema para $\alpha = 1$.

b) [1,5 puntos] Determina, si existe, el valor de α para el que $(x, y, z) = (1, -3, \alpha)$ es la única solución del sistema dado.

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $mx + 5y + 2z = 0$ y la recta r dada por

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y}{n} = \frac{z-1}{2}$$

a) [1 punto] Calcula m y n en el caso en el que la recta r es perpendicular al plano π.

b) [1,5 puntos] Calcula m y n en el caso en el que la recta r está contenida en el plano π.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2016 - 1

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por
$$f(x) = (e^{ax} + b)x$$
con $a \neq 0$. Calcula a y b sabiendo que f tiene un extremo relativo en x = 0 y su gráfica, un punto de inflexión en el punto cuya abscisa es x = 1.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula el valor de $a > 0$ para el que se verifica
$$\int_0^a \frac{x}{2+x^2}\,dx = 1$$

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones dado en forma matricial mediante AX = B, siendo:
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & m+2 & m \\ 1 & 1 & m+2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1-m \\ m \\ 7 \end{pmatrix} \quad y \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$
a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de m.

b) [1 punto] Resolver el sistema para $m = -3$ y determina en dicho caso, si existe, una solución en la que z = 2.

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación x + 2y + z = 1.

a) [1 punto] Halla el punto de π más próximo al punto (3, 1, 2).

b) [1,5 puntos] Determina la ecuación de un plano paralelo a π que forme con los ejes de coordenadas un triángulo de área $\sqrt{6}$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] De un terreno se desea vender un solar rectangular de 12 800 m^2 dividido en 3 parcelas iguales como las que aparecen en el dibujo. Se quieren vallar las lindes de las tres parcelas (los bordes y las separaciones de las parcelas). Determina las dimensiones del solar y de cada una de las tres parcelas para que la longitud de la valla utilizada sea mínima.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por $f(x) = -x^2 + mx$ siendo $m > 0$. Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta $y = -mx$ y calcula el valor de m para que el área de dicho recinto sea 36.

Ejercicio 3.- De los datos recabados en un informe sobre los beneficios obtenidos por las empresas A, B y C el pasado año, se desprende lo siguiente:
- la empresa B obtiene el mismo beneficio que las empresas A y C juntas.
- el beneficio de la empresa A es la media aritmética del de las otras dos.

a) [1,5 puntos] Determina si se puede hallar el beneficio de cada empresa sabiendo que A ha obtenido el doble que C.

b) [1 punto] Calcula el beneficio de cada empresa sabiendo que entre las tres han obtenido 210 millones de euros.

Ejercicio 4.- Sea r la recta que pasa por los puntos A(1, 1, 0) y B(3,−1, 1) y s la recta dada por $s \equiv \begin{cases} x + 2y = -1 \\ y + z = -1 \end{cases}$

a) [1,25 puntos] Halla la ecuación general del plano que pasa por el origen de coordenadas y es paralelo a las rectas dadas.

b) [1,25 puntos] Halla unas ecuaciones paramétricas del plano que pasa por B y es perpendicular a s.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2016 - 2

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se quiere construir un bote de conservas cilíndrico, con tapa, de un litro de capacidad. Calcula las dimensiones del bote para que en su construcción se utilice la menor cantidad posible de hojalata.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula

$$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{2x+1+\sqrt{2x+1}}\,dx \quad (sugerencia: t = \sqrt{2x+1})$$

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} k & 1+k \\ 1-k & 0 \end{pmatrix}$. Determina, si existen, los valores de k en cada uno de los casos siguientes: a) [0,75 puntos] rango(A) = 1 c) [0,5 puntos] A tiene inversa. b) [0,75 puntos] $A^2 = A$. d) [0,5 puntos] det(A) = –2

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Determina el punto de la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = y+1 = \frac{z}{3}$ que equidista de los planos

$$\pi \equiv x+y+z+3 = 0 \quad y \quad \pi' \equiv \begin{cases} x = -3+\lambda \\ y = -\lambda+\mu \\ z = -6-\mu \end{cases}$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = |x^2 - 4|$. a) [1,5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan). b) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa x = −1.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que

$$f''(x) = -2sen(2x) \quad f(0) = 1 \ \ y \ \ f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \lambda+1 \\ \lambda & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. a) [1,5 puntos] Determina, si existen, los valores de λ para los que $A^{-1} = 2I - A$ (siendo I la matriz identidad de orden 3). b) [1 punto] Determina, si existen, los valores de λ para los que la matriz $A + A^T$ no tiene inversa (A^T es la matriz traspuesta de A)

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación 6x − my + 2z = 1 y la recta r dada por

$$\frac{x-1}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-1}$$

a) [1 punto] Calcula m en el caso en que la recta r es perpendicular al plano π.

c) [1,5 puntos] ¿Existe algún valor de m para el que la recta r esté contenida en el plano π?

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2016 - J

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sabiendo que

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(x+1) - a\,sen(x) + x\cos(3x)}{x^2}$$

es finito, calcula a y el valor del límite (ln denota logaritmo neperiano).

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de una función f en el punto de abscisa $x = 1$ sabiendo que $f(0) = 0$ y $f'(x) = \frac{(x-1)^2}{x+1}$ para $x > -1$.

Ejercicio 3.- Considera las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 2 \\ -8 & 7 & 4 \\ 8 & -6 & -3 \end{pmatrix}$$

a) [1,75 puntos] Halla la matriz X que verifica $AX + B = 2A$.

b) [0,75 puntos] Calcula B^2 y B^{2016}.

Ejercicio 4.- Considera el punto P(1, 0, 5) y la recta r dada por $\begin{cases} y + 2z = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

a) [1 punto] Determina la ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a r.

b) [1,5 puntos] Calcula la distancia de P a la recta r y el punto simétrico de P respecto a r.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$.

a) [0,75 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f. Calcula los puntos de corte de dichas asíntotas con la gráfica de f.

b) [1,25 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

c) [0,5 puntos] Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 2.- Sea $f: (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función dada por $f(x) = \ln(x)$ (ln denota logaritmo neperiano).

a) [0,5 puntos] Calcula la ecuación de la rfecta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

b) [2 puntos] Esboza el recinto comprendido entre la gráfica de f, la recta $y = x - 1$ y la recta $x = 3$. Calcula su área.

Ejercicio 3.- Se considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} (3\alpha - 1)x + 2y = 5 - \alpha \\ \alpha x + y = 2 \\ 3\alpha x + 3y = \alpha + 5 \end{cases}$$

a) [1,5 puntos] Discútelo según los valores del parámetro α.

b) [1 punto] Resuélvelo para $\alpha = 1$ y determina en dicho caso, si existe, alguna solución donde $x = 4$.

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 1 \end{cases} \quad y \quad s \equiv \begin{cases} x + 2y = -1 \\ z = -1 \end{cases}$$

a) [1,5 puntos] Comprueba que ambas rectas son coplanarias y halla la ecuación del plano que las contiene.

b) [1 punto] Sabiendo que dos de los lados de un cuadrado están en las rectas r y s, calcula su área.

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2016 - S

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sabiendo que

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{e^x-1}-\frac{m}{2x}\right)$$

es finito, calcula m y el valor del límite.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=x^4$. Encuentra la recta horizontal que corta a la gráfica de f formando con ella un recinto de área $\frac{8}{5}$

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{aligned} 2x-4y+2z&=1\\ 5x-11y+9z&=\lambda\\ x-3y+5z&=2\end{aligned}\right\}$$

a) [1,75 puntos] Discute el sistema según los valores de λ.

b) [0,75 puntos] Resuélvelo, si es posible, para $\lambda=4$.

Ejercicio 4.- Considera el punto A$(1,-1,1)$ y la recta r dada por $\begin{cases} x=1+2\lambda\\ y=1-\lambda.\\ z=1\end{cases}$

a) [1,5 puntos] Calcula las coordenadas del punto simétrico de A respecto de r.

b) [1 punto] Determina la ecuación del plano que contiene a r y pasa por A.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.-Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=x^2e^{-x^2}$. a) [0,75 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f. b) [1,25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) c) [0,5 puntos] Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 2.-[2,5 puntos] Calcula

$$\int \frac{x}{1+\sqrt{x}}\,dx$$

(sugerencia: $t=\sqrt{x}$)

Ejercicio 3.-Considera

$$A=\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\quad y\quad C=\begin{pmatrix}1&1&1\\-1&-1&-1\\0&0&0\end{pmatrix}$$

a) [1 punto] Calcula el rango de $AB^T+\lambda I$ según los valores de λ (B^T es la matriz traspuesta de B, I es la matriz identidad de orden 3)

b) [1,5 puntos] Calcula la matriz X que verifica $CX-X=2I$

Ejercicio 4.-[2,5 puntos] Calcula la distancia entre las rectas dadas por las siguientes ecuaciones:

$$x=y=z \quad y \quad \begin{cases} x=1+\mu\\ y=3+\mu\\ z=\quad -\mu\end{cases}$$

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2017 - 1

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se necesita construir un depósito cilíndrico, con tapas inferior y superior, con capacidad de 20π m^3. El material para las tapas cuesta 10 euros cada m^2 y el material para el resto del cilindro 8 euros cada m^2. Calcula, si existe, el radio de las tapas y la altura del cilindro que hace que el coste total sea mínimo.

Ejercicio 2.- Sea

$$I = \int_0^8 \frac{1}{2+\sqrt{x+1}}\,dx$$

a) [1,25 puntos] Expresa I aplicando el cambio de variable $t = 2+\sqrt{x+1}$

b) [1,25 puntos] Calcula el valor de I.

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) [0,5 puntos] Comprueba que $AA^t - 2A = I$ (A^t denota la traspuesta de A e I la matriz identidad).

b) [0,75 puntos] Calcula A^{-1}.

c) [1,25 puntos] Determina, si existe, la matriz X que verifica $XA + I = 3A$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(-1,-2,-1)$ y $B(1,0,1)$.

a) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano respecto del cual los puntos A y B son simétricos.

b) [1,25 puntos] Calcula la distancia de $P(-1,0,1)$ a la recta que pasa por los puntos A y B.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por $f(x) = ax^3+bx^2+cx+d$. Calcula a, b, c y d sabiendo que f tiene un extremo relativo en $(0,1)$ y su gráfica un punto de inflexión en $(1,-1)$.

Ejercicio 2.- Considera la región limitada por la gráfica de la función dada por $f(x) = \sqrt{2x-2}$ para $x \geq 1$, la recta $y = x-5$ y el eje de abscisas.

a) [0,75 puntos] Esboza la gráfica de la región dada, hallando los puntos de corte entre la gráfica de f y las rectas.

b) [0,75 puntos] Expresa mediante integrales el área del recinto anterior.

c)[1 punto] Calcula el área.

Ejercicio 3.- Sea A una matriz 3×3 tal que $\det(2A) = 8$.

a) [0,5 puntos] ¿Cuánto vale $\det(A)$?

b) [0,75 puntos] Siendo B la matriz que se obtiene de A multiplicando por 3 la primera fila y por -1 la tercera, ¿cuánto vale $\det(B)$?

c) [1,25 puntos] Determina los valores de x para los que la siguiente matriz A verifica que $\det(2A) = 8$,

$$A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x+1 & 2 & 2 \\ x & -x+2 & 1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1,1,1)$, $B(0,-2,2)$, $C(-1,0,2)$ y $D(2,-1,2)$.

a) [1 punto] Calcula el volumen del tetraedro de vértices A, B, C y D.

b) [1,5 puntos] Determina la ecuación de la recta que pasa por D y es perpendicular al plano determinado por los puntos A, B, y C.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2017 - 2

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula la función polinómica, de grado 3, de la que se sabe que tiene un extremo relativo en el punto (0, 2) y que la tangente a su gráfica en el punto de abscisa $x = 1$ es la recta $x + y = 3$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula

$$\int_0^3 \frac{1}{1+\sqrt[3]{x}}\,dx \quad (sugerencia\ t = \sqrt[3]{x})$$

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones lineales dado por $AX = B$ siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & m & m \\ m & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ m \end{pmatrix}$$

a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de m.

b) [1 punto] Para $m = 2$, si es posible, resuelve el sistema dado.

Ejercicio 4.- Sea π el plano determinado por los puntos $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$ y $C\ (0,\ 0,\ \lambda)$, siendo λ un número real, y sea r la recta dada por $r \equiv \begin{cases} y - z = 3 \\ -x + 2y = 3 \end{cases}$

a) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por A y contiene a r.

b) [1,25 puntos] Estudia la posición relativa de r y π según los valores de λ.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Considera la función definida por $f(x) = -x + \frac{4}{x^2}$ para $x \neq 0$.

a) [1 punto] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

c) [0,5 puntos] Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula

$$\int_0^1 \frac{x^2+1}{(x+1)^2}\,dx$$

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & m-1 \\ 0 & m-1 & 2-m \\ 0 & -1 & 2-m \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

a) [1 punto] Determina los valores de m para los que la matriz A no tiene inversa.

b) [1,5 puntos] Para $m = 1$, calcula, si existe, la matriz X que verifica la igualdad $A^{-1}XA + I = B$, siendo I la matriz identidad.

Ejercicio 4.- Considera el punto P $(-1, 0, 1)$, el vector $\vec{u} = (1, 2, 1)$ y el plano π de ecuación $y = 0$.

a) [1,25 puntos] Halla la ecuación de la recta que pasa por P, está contenida en π y cuyo vector director es perpendicular a $\vec{u}$.

b) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano que pasa por P, es perpendicular a π y del que $\vec{u}$ es un vector director.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2017 - 3

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Se sabe que la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} 3x+2 & si \quad x<0 \\ x^2+2a\cos(x) & si \quad 0 \le x < \pi \\ ax^2+b & si \quad x \ge \pi \end{cases}$$

es continua.

a) [1,5 puntos] Determina a y b.

b) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f.

Ejercicio 2.- Considera la función dada por $f(x) = \sqrt{3+|x|}$ para $x \in [-3, 3]$.

a) [0,5 puntos] Expresa la función f definida a trozos.

b) [2 puntos] Halla $\int_{-3}^{3} f(x)dx$

Ejercicio 3.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

a) [1,25 puntos] Calcula la matriz inversa de $(A + B)$.

b) [1,25 puntos] Calcula el determinante de $2A^{-1}(A+B)^t$, siendo $(A+B)^t$ la matriz traspuesta de $A + B$.

Ejercicio 4.- Considera los vectores $\vec{u} = (2, 3, 4)$, $\vec{v} = (-1, -1, -1)$ y $\vec{w} = (-1, \lambda, -5)$ siendo λ un número real.

a) [1,25 puntos] Halla los valores de λ para los que el paralelepípedo determinado por $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tiene volumen 6 unidades cúbicas.

b) [1,25 puntos] Determina el valor de λ para el que $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{\cos x}{sen\, x}\right)$$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x\arctan(x)$. Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(0, \pi)$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad y \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica que $ABX - 2C = CX$.

Ejercicio 4.- Sea r la recta que pasa por $A(4, 3, 6)$ y $B(-2, 0, 0)$ y sea s la recta dada por $\begin{cases} x = 2+\lambda \\ y = \lambda \\ z = 1-2\lambda \end{cases}$

a) [1,25 puntos] Determina la posición relativa de r y s.

b) [1,25 puntos] Calcula, si existen, los puntos C de s tales que los vectores $\overrightarrow{CA}$ y $\overrightarrow{CB}$ son ortogonales.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2017 - 4

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Se considera la función f dada por $f(x) = \frac{-3x^2+2}{x-1}$ para $x \neq 1$.

a) [1,5 puntos] Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f.

b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

Ejercicio 2.- Sea f la función definida como $f(x) = (x+2)\ln x$ para $x > 0$, donde $\ln(x)$ representa al logaritmo neperiano de x.

a) [1,75 puntos] Calcula $\int f(x)dx$

b) [0,75 puntos] Encuentra la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(1, 0)$.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

a) [0,75 puntos] Calcula BM.

b) [1 punto] Razona si el sistema dado por $AX = B$ tiene solución o no y, en caso afirmativo, cuántas soluciones tiene.

c) [0,75 puntos] Resuelve $AX = B$.

Ejercicio 4.- Considera las rectas dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x - z + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x = 1 - t \\ y = \quad t \\ z = 2 \end{cases}$$

a) [1,75 puntos] Determina la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s.

b) [0,75 puntos] Halla la distancia entre las rectas r y s.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Una cuerda de un metro de longitud se divide en dos trozos con los que se construyen un cuadrado y una circunferencia respectivamente.

Determina, si es posible, las longitudes de los trozos para que la suma de las áreas sea mínima.

Ejercicio 2.-

a) [2 puntos] Halla

$$\int \frac{x^2}{(1+x^3)^{3/2}}dx \quad (\text{sugerencia } t = 1 + x^3)$$

b) [0,5 puntos] Halla la primitiva cuya gráfica pasa por (2, 0).

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x + ky = 1 \\ 2x - y + kz = 1 \\ x - 3y + 2z = 1 \end{cases}$$

del que se sabe que para un cierto valor de k es compatible indeterminado.

a) [1,5 puntos] Determina el valor de k.

b) [1 punto] Resuelve el sistema para $k = 1$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1, 3, -1)$ y $B(3, -1, -1)$.

a) [1,75 puntos] Determina la ecuación del plano respecto del cual B es el simétrico de A.

b) [0,75 puntos] Siendo $C(5, 1, 5)$, calcula el área del triángulo de vértices A, B y C.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

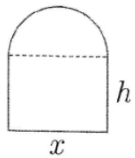
MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2017 - J

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se quiere hacer una puerta rectangular coronada por un semicírculo como el de la figura. El hueco de la puerta tiene que tener 16 metros cuadrados. Si es posible, determina la base x para que el perímetro sea mínimo.



Ejercicio 2.- Considera la región limitada por las curvas $y = x^2$ e $y = -x^2 + 4x$

a) [0,75 puntos] Esboza la gráfica de la región dada, hallando los puntos de corte de ambas curvas.

b) [0,75 puntos] Expresa el área como una integral.

c) [1 punto] Calcula el área.

Ejercicio 3.- Considera $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

a) [1 punto] Determina los valores de λ para los que la matriz $A + \lambda I$ no tiene inversa (I es la matriz identidad).

b) [1,5 puntos] Resuelve $AX = -3X$. Determina, si existe, alguna solución con $x = 1$.

Ejercicio 4.- Considera el punto P(1, –1, 0) y la recta r dada por $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 \\ z = \quad t \end{cases}$.

a) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano que pasa por P y contiene a r.

b) [1,25 puntos] Halla las coordenadas del punto simétrico de P respecto de r.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Considera la función f definida por $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ para $x \neq 1$.

a) [1 punto] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) [1,5 puntos] Estudia y determina los intervalos de crecimiento y los intervalos de decrecimiento de f. Calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula

$$\int_1^{16} \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}} \qquad \text{(sugerencia: } t = \sqrt[4]{x}\text{)}$$

Ejercicio 3.- Sabemos que el coste de 3 lápices, 1 rotulador y 2 carpetas es de 15 euros, mientras que el de 2 lápices, 4 rotuladores y 1 carpeta es de 20 euros.

a) [1,5 puntos] Sabiendo que 1 lápiz y 7 rotuladores cuestan 25 euros ¿podemos deducir el precio de cada uno de los artículos? Razona la respuesta.

b) [1 punto] Si por el precio de una carpeta se pueden comprar 10 lápices ¿cuánto cuesta cada uno de los artículos?

Ejercicio 4.- Considera los vectores $\vec{u}$ = (1, 0, 1), $\vec{v}$ = (0, 2, 1) y $\vec{w}$ = (m, 1, n).

a) [1,25 puntos] Halla m y n sabiendo que $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes y que $\vec{w}$ es ortogonal a $\vec{u}$.

b) [1,25 puntos] Para n = 1, halla los valores de m para que el tetraedro determinado por $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tenga volumen 10 unidades cúbicas.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II	Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2017 - S

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Una imprenta recibe un encargo para realizar una tarjeta rectangular con las siguientes características: la superficie rectangular que debe ocupar la zona impresa debe ser de 100 cm², el margen superior tiene que ser de 2 cm, el inferior de 3 cm y los laterales de 5 cm cada uno. Calcula, si es posible, las dimensiones que debe tener la tarjeta de forma que se utilice la menor cantidad de papel posible.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tal que $f''(x) = xe^x$, cuya gráfica pasa por el origen de coordenadas y tiene un extremo relativo en $x = 1$.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones dado por $AX = B$ siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & m-2 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} m \\ 2m+1 \\ m-1 \end{pmatrix}$$

a) [1,25 puntos] Discute el sistema según los valores de m.

b) [1,25 puntos] Para $m = 2$, calcula, si es posible, una solución del sistema anterior para la que $z = 17$.

Ejercicio 4.- Los puntos A(1, 1, 1), B(2, 2, 2) y C(1, 3, 3) son vértices consecutivos de un paralelogramo ABCD.

a) [1 punto] Calcula el área del paralelogramo.

b) [1 punto] Halla la ecuación general del plano que contiene a dicho paralelogramo.

c) [0,5 puntos] Calcula las coordenadas del vértice D.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

a) [2 puntos] Estudia y determina los intervalos de crecimiento y los intervalos de decrecimiento de f. Calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) [0,5 puntos] Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

Ejercicio 2.- Considera el recinto del primer cuadrante limitado por el eje OX, la recta $y = x$, la gráfica $y = \frac{1}{x^3}$ y la recta $x = 3$.

a) [0,5 puntos] Haz un esbozo del recinto descrito.

b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto.

c) [0,5 puntos] Si consideras la gráfica $y = \frac{1}{x}$ en lugar de $y = \frac{1}{x^3}$, el área del recinto correspondiente ¿será mayor o será menor que la del recinto inicial? ¿por qué?

Ejercicio 3.- Considera $A = \begin{pmatrix} k & 0 & k \\ k+1 & k & 0 \\ 0 & k+1 & k+1 \end{pmatrix}$

a) [1,5 puntos] Discute el rango de A según los valores de k.

b) [1 punto] Para $k = 1$, calcula el determinante de $2(A^tA^{-1})^{2017}$, siendo A^t la traspuesta de A.

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(0, 1, 1)$ y la recta r dada por $\begin{cases} x - 2y = -5 \\ z = 2 \end{cases}$

a) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano que pasa por P y contiene a r.

b) [1,25 puntos] Halla las coordenadas del punto simétrico de P respecto de r.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

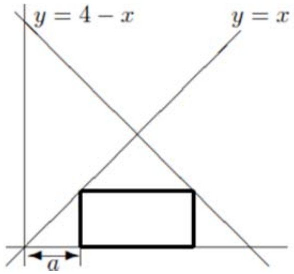
MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2018 - 1

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Se desea construir un rectángulo, como el de la figura, de área máxima. La base está situada sobre el eje OX, un vértice está en la recta y = x y el otro, en la recta y = 4 − x. Se pide:



a) [0,25 puntos] Halla la altura del rectángulo en función de a (ver la figura).

b) [1 punto] Halla la base del rectángulo en función de a.

c) [1,25 puntos] Encuentra el valor de a que hace máximo el área del rectángulo.

Ejercicio 2. Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=e^{2-x}$.

a) [0,75 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 2.

b) [0,5 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, el eje de ordenadas y la recta $x + y = 3$.

c) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto indicado.

Ejercicio 3. Considera las matrices

$$A=\begin{pmatrix}2 & -1 & \lambda\\ 2 & -\lambda & 1\\ 2\lambda & -1 & 1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-1\\ 1\\ 0\end{pmatrix}\quad \text{y}\quad X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}$$

a) [1,25 puntos] Discute el rango de A según los valores del parámetro λ.

b) [1,25 puntos] Para λ = −2, estudia y resuelve el sistema dado por $AX = B$

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación x + 2y + z = 6.

a) [1 punto] Determina la recta perpendicular a π que pasa por el origen de coordenadas.

b) [0,5 puntos] Halla el punto simétrico del origen de coordenadas con respecto a π.

c) [1 punto] Calcula el volumen del tetraedro determinado por el origen de coordenadas y los puntos de corte de π con los ejes de coordenadas.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por

$$f(x)=\begin{cases}-xe^{x-1} & si \quad x\le 0\\ xe^{x-1} & si \quad 0<x\le 1\\ xe^{1-x} & si \quad 1<x\end{cases}$$

a) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f en x = 0 y en x = 1.

b) [1,5 puntos] Estudia la existencia de asíntotas horizontales de la gráfica de f

Ejercicio 2.- Considera la función $f:\left(-\frac{e}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\ln(2x+e)$, donde ln denota logaritmo neperiano.

a) [0,75 puntos] Haz un esbozo de la gráfica de f calculando sus puntos de corte con los ejes coordenados.

b) [1,75 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y los ejes de coordenadas

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Considera las matrices

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ 0 & -1 & 0\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-2 & 2 & -1\\ 1 & 0 & 1\\ -1 & 2 & -2\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}1\\ -2\\ 3\end{pmatrix},\quad \text{y } D=\begin{pmatrix}4 & -5 & 6\end{pmatrix}$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica que $A^2X-BA+X=CD$.

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r\equiv x-2=y-2=z \quad \text{y} \quad s\equiv\begin{cases}x=4+t\\ y=4+t\\ z=\quad mt\end{cases}$$

a) [1 punto] Determina m para que r y s sean paralelas.

b) [0,5 puntos] Halla, si existe, un valor de m para el que ambas rectas sean la misma.

c) [1 punto] Para m = 1, calcula la ecuación del plano que contiene a r y a s.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2018 - 2

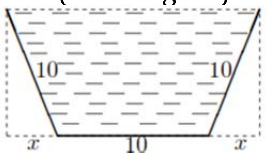
OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Se desea construir una canaleta, para la recogida de agua, cuya sección es como la de la figura. La base y los costados deben medir 10 cm y se trata de darle la inclinación adecuada a los costados para obtener una sección de área máxima. Se pide:

a) [0,25 puntos] Halla la altura de la canaleta en función de x (ver la figura).

b) [0,75 puntos] Halla el área de la sección de la canaleta en función de x.

c) [1,5 puntos] Encuentra el valor de x que hace máximo dicho área.



Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina la función $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$ sabiendo que $f''(x)=\frac{1}{(x-1)^2}$ y que la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$ es $y = x + 2$.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}\quad \text{y } C=\begin{pmatrix}1&1&2\end{pmatrix}$$

a) [1 punto] Calcula A^{2018}.

b) [1,5 puntos] Determina, si existe, la matriz X que verifica $A(X + 2I) = BC$ donde I es la matriz identidad.

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r\equiv\begin{cases}x+y=z+4\\x+2y=\ \ 7\end{cases}\quad y\quad s\equiv\begin{cases}x-2=0\\y+3=0\end{cases}$$

a) [1 punto] Estudia y determina la posición relativa de r y s.

b) [1,5 puntos] Determina la recta perpendicular común a r y a s.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por

$$f(x)=\frac{e^x}{x-1}\quad \text{para}\quad x\neq 1$$

a) [0,75 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y halla sus máximos y mínimos relativos (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

c) [0,75 puntos] Esboza la gráfica de f indicando sus puntos de corte con los ejes coordenados.

Ejercicio 2.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=x\cos\left(\frac{x}{2}\right)$

a) [1,75 puntos] Calcula $\int f(x)dx$

b) [0,75 puntos] Encuentra la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto (0, 1).

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases}x+y+mz=1\\x+my+z=1\\x+2y+4z=m\end{cases}$$

a) [1,75 puntos] Discute el sistema en función del parámetro m.

b) [0,75 puntos] Si es posible, resuelve el sistema para $m = 1$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(2,-1,-2)$ y $B(-1,-1,2)$, y la recta r dada por

$$x-1=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{2}$$

a) [1 punto] Determina los puntos del segmento AB que lo dividen en 3 segmentos de la misma longitud.

b) [1,5 puntos] Determina un punto C de r de forma que el triángulo ABC sea rectángulo en C.

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2018 - 3

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula

$$\lim_{x\to 0}\frac{tg(x)-x}{x-sen(x)}$$

Ejercicio 2.- Considera las funciones f y g $:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definidas por $f(x)=-x^2-x+3$ y $g(x)=|x|$.

a) [1,25 puntos] Esboza el recinto limitado por las gráficas de f y g y calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.

b) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3.- Considera la matriz $M=\begin{pmatrix}1&2&3\\6&0&3\\x&y&z\end{pmatrix}$. Sabiendo que el determinante de M es 2, calcula los siguientes determinantes e indica las propiedades que utilices:

a) [0,75 puntos] El determinante de la matriz $5M^4$.

b) [0,75 puntos] $\begin{vmatrix}2&0&1\\1&2&3\\x&y&z\end{vmatrix}$ c) [1 punto] $\begin{vmatrix}1&x+6&x\\2&y&y\\3&z+3&z\end{vmatrix}$

Ejercicio 4.- Sea r la recta que pasa por los puntos $A(3,6,7)$ y $B(7,8,3)$ y sea s la recta dada por

$$\begin{cases}x-4y-z=-10\\3x-4y+z=-2\end{cases}$$

a) [1,25 puntos] Determina la posición relativa de r y s.

b) [1,25 puntos] Calcula la distancia entre r y s.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se desea construir una caja sin tapadera de base cuadrada. El precio del material es de 18 euros/m² para los laterales y de 24 euros/m² para la base. Halla las dimensiones de la caja de mayor volumen que se puede construir si disponemos de 50 euros.

Ejercicio 2.- Se sabe que la función $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ dada por

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{ax} & si \quad 0\le x\le 8\\ \dfrac{x^2-32}{x-4} & si \quad x>8\end{cases}$$

es continua.

a) [0,5 puntos] Determina a.

b) [2 puntos] Para $a=8$, calcula $\int_0^{10} f(x)dx$

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A=\begin{pmatrix}0&-1&-2\\0&2&0\\1&1&3\end{pmatrix}$

a) [0,75 puntos] Halla, si existe, la inversa de A.

b) [1,25 puntos] Determina los valores de m tales que $(A-mI)$ tiene inversa (I es la matriz identidad).

c) [0,5 puntos] Calcula el rango de $(A-2I)$.

Ejercicio 4.-

a) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano que pasa por el punto $A(0,1,0)$ y es perpendicular a la recta r dada por

$$x+1=\frac{y+2}{2}=z-1$$

b) [1,25 puntos] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano de ecuación $2x+3y+4z=12$ con los ejes coordenados

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

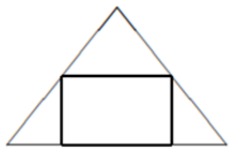
MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2018 - 4

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Considera un triángulo isósceles en el que el lado desigual mide 8 cm y la altura correspondiente mide 5 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo de área máxima que se puede inscribir en dicho triángulo (ver figura).



Ejercicio 2.- Siendo $a > 1$, considera el rectángulo de vértices $A(1, 0)$, $B(1, 1)$, $C\,(a, 1)$ y $D(a, 0)$. La gráfica de la función f definida por $f(x) = \frac{1}{x^2}$ para $x \neq 0$ divide al rectángulo anterior en dos recintos.

a) [0,5 puntos] Haz un esbozo de la gráfica de f y del rectángulo descrito.

b) [2 puntos] Determina el valor de a para el que los dos recintos descritos tienen igual área.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

a) [1,5 puntos] Discute el sistema dado por $AX = mX$ según los valores del parámetro m.

b) [0,5 puntos] Da la solución del sistema en los casos en que es compatible determinado.

c) [0,5 puntos] Para $m = 3$ resuelve el sistema y halla, si es posible, una solución en la que $x + y + z = 3$.

Ejercicio 4.- Se sabe que los puntos $A(-1, 2, 6)$ y $B(1, 4, -2)$ son simétricos respecto de un plano π.

a) [0,75 puntos] Calcula la distancia de A a π.

b) [1,75 puntos] Determina la ecuación general del plano π.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x + xe^{-x}$

a) [1,25 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f que es paralela a la recta $x - y + 1 = 0$.

b) [1,25 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula

$$\int_0^{\ln 2} \frac{1}{1+e^x}\,dx$$

donde ln denota logaritmo neperiano (sugerencia $t = e^x$).

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x - z &= m \\ my + 3z &= 1 \\ 4x + y - mz &= 5 \end{cases}$$

a) [1,5 puntos] Discútelo según los valores del parámetro m.

b) [1 punto] Para $m = 1$ resuelve el sistema y encuentra, si es posible, una solución para la que sea $x = z$.

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x + y = 2 \\ z = 2 \end{cases}$$

a) [1,75 puntos] Determina la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s.

b) [0,75 puntos] Calcula la distancia entre las rectas dadas.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2018 - J

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Halla los coeficientes a, b y c sabiendo que la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ tiene en $x = 1$ un punto de derivada nula que no es extremo relativo y que la gráfica de f pasa por el punto (1, 1).

Ejercicio 2.- Considera las funciones f y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dadas por $f(x)=6x-x^2$ y $g(x)=|x^2-2x|$.

a) [1,25 puntos] Esboza el recinto limitado por las gráficas de f y g y calcula los puntos de corte de dichas gráficas.

b) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x+2y+(m+3)z &= 3 \\ x+y+z &= 3m \\ 2x+4y+3(m+1)z &= 8 \end{cases}$$

a) [1,75 puntos] Discútelo según los valores del parámetro m.

b) [0,75 puntos] Resuelve el sistema para $m = -2$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $P(1, 0, -1)$, $Q(2, 1, 1)$ y la recta r dada por

$$x-5=y=\frac{z+2}{-2}$$

a) [1,25 puntos] Determina el punto simétrico de P respecto de r.

b) [1,25 puntos] Calcula el punto de r que equidista de P y Q

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determina k sabiendo que la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} 3-kx^2 & si \quad x\le 1 \\ \dfrac{2}{kx} & si \quad x>1 \end{cases}$$

es derivable.

Ejercicio 2.- Considera las funciones f y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definidas por $g(x)=-\frac{x^2}{4}$ y $f(x)=3-x^2$.

a) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 1 y comprueba que también es tangente a la gráfica de g. Determina el punto de tangencia con la gráfica de g.

b) [0,75 puntos] Esboza el recinto limitado por la recta $y = 4 - 2x$ y las gráficas de f y g. Calcula todos los puntos de corte entre las gráficas (y la recta).

c) [0,75 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3.-

a) [1,5 puntos] Justifica que es posible hacer un pago de 34,50 euros cumpliendo las siguientes restricciones:

- utilizando únicamente monedas de 50 céntimos de euro, de 1 euro y de 2 €;
- se tienen que utilizar exactamente un total de 30 monedas;
- tiene que haber igual número de monedas de 1 € como de 50 cts y 2 € juntas.

¿De cuántas maneras y con cuántas monedas de cada tipo se puede hacer el pago?

b) [1 punto] Si se redondea la cantidad a pagar a 35 euros, justifica si es posible o no seguir haciendo el pago bajo las mismas condiciones que en el apartado anterior.

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(2, -1, 3)$ y el plano π de ecuación $3x + 2y + z = 5$.

a) [1,75 puntos] Calcula el punto simétrico de P respecto de π.

b) [0,75 puntos] Calcula la distancia de P a π

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2018 - S

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+c & si \quad x\le 0 \\ \dfrac{e^x-e^{-x}-2x}{x-sen(x)} & si \quad x>0 \end{cases}$$

Determina a, b y c sabiendo que f es continua, alcanza un máximo relativo en $x=-1$ y la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=-2$ tiene pendiente 2.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Considera la función f definida por $f(x)=axln(x)-bx$ para $x>0$ (ln denota la función logaritmo neperiano). Determina a y b sabiendo que f tiene un extremo relativo en $x=1$ y que

$$\int_1^2 f(x)dx = 8\ln(2)-9$$

Ejercicio 3.- Considera las siguientes matrices:

$$A=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&-1&0\\1&0&0\end{pmatrix} \quad y \quad B=\begin{pmatrix}a&b&c\\0&1&0\\-1&0&0\end{pmatrix}$$

a) [0,75 puntos] Determina, si existen, los valores de a, b y c para los que las matrices A y B conmutan.

b) [1 punto] Calcula A^2, A^3, A^{2017} y A^{2018}.

c) [0,75 puntos] Calcula, si existe, la matriz inversa de A.

Ejercicio 4.- Considera las rectas

$$r\equiv \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{3} \quad y \quad s\equiv\begin{cases}2x-3y=-5\\ y-2z=-1\end{cases}$$

a) [1 punto] Estudia y determina la posición relativa de r y s.

b) [1,5 puntos] Calcula la distancia entre r y s.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Considera la función f definida por $f(x)=aln(x)+bx^2+x$ para $x>0$, donde ln denota logaritmo neperiano.

a) [1,5 puntos] Halla a y b sabiendo que f tiene extremos relativos en $x=1$ y en $x=2$.

b) [1 punto] ¿Qué tipo de extremos tiene f en $x=1$ y en $x=2$?

Ejercicio 2.- Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=e^{-2x}$.

a) [0,75 puntos] Determina el punto de la gráfica de f en el que la recta tangente es $y=-2ex$.

b) [0,5 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, la recta $y=-2ex$ y el eje de ordenadas.

c) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x+y+mz=m^2 \\ y-z=m \\ x+my+z=m \end{cases}$$

a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores del parámetro m.

b) [1 punto] Resuélvelo para $m=1$. Para dicho valor de m, calcula, si es posible, una solución en la que $z=2$.

Ejercicio 4.- Considera las rectas

$$r\equiv\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{m}=z \quad y \quad s\equiv\begin{cases}x+nz=-2\\ y-z=-3\end{cases}$$

a) [1,5 puntos] Halla los valores de m y n para los que r y s se cortan perpendicularmente.

b) [1 punto] Para $m=3$ y $n=1$, calcula la ecuación general del plano que contiene a r y a s.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

2019 - J

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Considera la función f definida por

$$f(x) = \frac{x^2+3x+4}{2x+2} \quad para \quad x \neq -1$$

(a) [1,5 puntos] Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f.

(b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

Ejercicio 2.- Sea la función $f:(0,+\infty) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{1+e^x}{1-e^x}$. Halla la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto (1, 1). (Sugerencia: cambio de variable $t = e^x$)

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula todas las matrices $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ tales que $a + d = 1$, tienen determinante 1 y cumplen $AX = XA$, siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 4.- Considera la recta $r \equiv \frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{1}$ y los planos $\pi_1 \equiv x = 0$ y $\pi_2 \equiv y = 0$.

(a) [1,25 puntos] Halla los puntos de la recta r que equidistan de los planos π_1 y π_2.

(b) [1,25 puntos] Determina la posición relativa de la recta r y la recta intersección de los planos π_1 y π_2.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Considera la función $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (x-a)e^x$.

a) [1,25 puntos] Determina a sabiendo que la función tiene un punto crítico en $x = 0$.

b) [1,25 puntos] Para $a = 1$, calcula los puntos de inflexión de la gráfica de f.

Ejercicio 2.- Considera las funciones $f:(-2,+\infty) \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = ln(x+2)$ (ln denota la función logaritmo neperiano) y $g:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $g(x) = \frac{1}{2}(x-3)$.

a) [1 punto] Esboza el recinto que determinan la gráfica de f, la gráfica de g, la recta $x = 1$ y la recta $x = 3$. (No es necesario calcular los puntos de corte entre las dos gráficas).

b) [1,5 puntos] Determina el área del recinto anterior.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2-m & 1 & 2m-1 \\ 1 & m & 1 \\ m & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2m^2-1 \\ m \\ 1 \end{pmatrix},$$

considera el sistema de ecuaciones lineales dado por $X^tA = B^t$, donde X^t, B^t denotan las traspuestas. Discútelo según los distintos valores de m.

Ejercicio 4.- Considera el triángulo cuyos vértices son los puntos $A(1, 1, 0)$, $B(1, 0, 2)$ y $C(0, 2, 1)$.

(a) [1,25 puntos] Halla el área de dicho triángulo.

(b) [1,25 puntos] Calcula el coseno del ángulo en vértice A.