Universidades de Andalucia
Pruebas de acceso a la Universidad

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

Desde el curso 2016/2017

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Una empresa envasa y comercializa leche entera y leche desnatada. El litro de leche entera envasado genera un beneficio diario a la empresa de 0.4 € y el de leche desnatada de 0.1 €. La tecnología de la empresa impone que el número de litros de leche entera que se envasan diariamente no supere el doble del número de litros de leche desnatada. Además, la cantidad máxima de leche que se puede envasar diariamente es un total de 3000 litros y solo se dispone de 1200 litros diarios de leche entera para envasar.
¿Cuánto debe envasar de cada producto para obtener el beneficio máximo? ¿A cuánto ascendería este beneficio?

EJERCICIO 2

En una especie animal la contracción del iris, en décimas de milímetro, después de exponer el ojo a una luz brillante durante un determinado tiempo, viene dada por

$$f(t)=\begin{cases} t^2 & si \quad 0\le t\le 2 \\ \dfrac{4}{t-1} & si \quad t>2 \end{cases}$$

donde t es el tiempo, en segundos, que transcurre desde que se concentra la luz en el ojo.
a) **(1 punto)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función f.
b) **(1 punto)** Represente gráficamente la función f, determinando los intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus asíntotas, en caso de que existan.
c) **(0.5 puntos)** Determine en qué instante se obtiene la máxima contracción y su valor.

EJERCICIO 3

En un departamento de una Universidad hay 8 profesores y 14 profesoras. Se quiere constituir una comisión formada por 2 miembros del departamento, elegidos al azar.
a) **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que sean profesoras?
b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que la comisión esté constituida por un profesor y una profesora.
c) **(0.75 puntos)** Halle la probabilidad de que en la comisión no haya ninguna profesora.

EJERCICIO 4

Se desea estimar la proporción de jóvenes que ven una serie de televisión. Para ello, se toma una muestra aleatoria de 100 jóvenes, de los que 36 ven la serie.
a) **(1.5 puntos)** Determine un intervalo de confianza, al 96 %, para la proporción de jóvenes que ven la serie.
b) **(1 punto)** Con el mismo nivel de confianza, si queremos que el error máximo sea inferior a 0.03, ¿qué tamaño muestral mínimo debemos tomar?

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\\ 2 & -2\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & -2\end{pmatrix}$.

a) **(1.2 puntos)** Razone cuáles de las siguientes operaciones son posibles:

$$A\cdot B^t \qquad B+3C \qquad C\cdot B^t \qquad A\cdot B+C$$

b) **(1.3 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $A\cdot B\cdot X=C$

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x-4} & si \quad x\le 0 \\ x+3 & si \quad 0<x<2 \\ x^2+1 & si \quad x\ge 2 \end{cases}$

a) **(1.5 puntos)** Estudie la continuidad de la función en su dominio y clasifique sus discontinuidades, en caso de que exista alguna.
b) **(1 punto)** Estudie la derivabilidad de la función en su dominio.

EJERCICIO 3

Los alumnos que cursan una asignatura deben realizar dos exámenes: uno teórico y otro práctico. El 50 % de los alumnos aprueba los dos exámenes, el 6 % no aprueba ninguno y el 20 % solo aprueba el teórico. Se elige un alumno al azar.
a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe al menos uno de los dos exámenes?
b) **(1.5 puntos)** Si ha aprobado el teórico, ¿cuál es la probabilidad de que no apruebe el examen práctico?

EJERCICIO 4

El peso de los paquetes de levadura de una marca sigue una ley Normal de desviación típica 0.3 g. Se desea construir un intervalo de confianza, al 98 %, para estimar la media. Para ello, se toma una muestra aleatoria de 9 paquetes.
a) **(1.25 puntos)** ¿Qué amplitud tendrá dicho intervalo?
b) **(1.25 puntos)** Obtenga el intervalo sabiendo que los pesos, en gramos, de los paquetes son:

10 9.9 10.04 9.5 10.1 9.8 10.2 10 10.3

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ y $D=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$.

a) **(1 punto)** Razone si se pueden efectuar las siguientes operaciones

$$A\cdot D+B\cdot C \qquad D^t\cdot B-A^2$$

b) **(1.5 puntos)** Halle la matriz X que verifica la ecuación matricial $A\cdot X=B-C$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x)=x^3-12x+1$.

a) **(1.5 puntos)** Estudie su monotonía y determine sus extremos relativos.

b) **(1 punto)** Obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x=1$.

EJERCICIO 3

De los sucesos A y B se sabe que $P(A)=0.6$, $P(B/A)=0.8$ y $P(B/A^C)=0.1$.

a) **(1.8 puntos)** Calcule las probabilidades $P(B)$, $P(A\cap B)$ y $P(A\cup B)$.

b) **(0.7 puntos)** ¿Son los sucesos A y B independientes?

EJERCICIO 4

Se desea estimar la proporción de bares y restaurantes que en el camino de Santiago ofertan el menú del peregrino con un precio máximo de 12 €. Para ello se eligen aleatoriamente 120 establecimientos que ofrecen este menú, de los que 80 tienen un precio máximo de 12 €.

a) **(1.6 puntos)** Con un nivel de confianza del 92 %, obtenga el intervalo de confianza para proporción de establecimientos que tienen un precio máximo de 12 €.

b) **(0.4 puntos)** Si aumentamos el nivel de confianza al 99 %, ¿qué efecto se produce en el error de estimación?

c) **(0.5 puntos)** ¿Cuántos establecimientos, como mínimo, deberíamos seleccionar para que, con un nivel de confianza del 99 %, el error de la estimación no sea superior a 0.04?

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea el siguiente sistema de inecuaciones:

$$x+2y\le 11 \qquad x\ge 2y-5 \qquad 3x+y\le 18 \qquad x\ge 0 \qquad y\ge 0$$

a) **(1.5 puntos)** Dibuje la región que definen y calcule sus vértices.

b) **(0.5 puntos)** ¿Pertenece el punto $(5.5,\ 2)$ a la región anterior ?

c) **(0.5 puntos)** Calcule los puntos de esa región en los que la función $F(x,y)=2x+3y$ alcanza los valores máximo y mínimo y determine dichos valores.

EJERCICIO 2

a) **(1.5 puntos)** Calcule los valores de los parámetros a y b para que la gráfica de la función $f(x)=x^3+ax^2+b$ presente un extremo relativo en el punto $(2,6)$.

b) **(1 punto)** Para $a=1$ y $b=1$, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de esa función en el punto de abscisa $x=1$.

EJERCICIO 3

El 10 % de las personas que acuden a un servicio de urgencias lo hace por problemas respiratorios, de éstos el 80 % son fumadores, mientras que de los que acuden por otros problemas solo el 5 % son fumadores. Se elige, al azar, una persona de las que acuden al servicio de urgencias.

a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que haya acudido por problemas respiratorios y no sea fumador?

b) **(1.5 puntos)** Si la persona elegida es fumadora, ¿cuál es la probabilidad de que haya acudido por problemas que no son respiratorios?

EJERCICIO 4

El precio de un determinado producto se distribuye según una ley Normal de desviación típica 5 € y media desconocida. Se toman 10 comercios al azar y se observa en ellos el precio de este producto, resultando los siguientes valores en euros:

96 108 97 112 99 106 105 100 98 99

a) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es la distribución del precio medio del producto en las muestras de tamaño 10?

b) **(1 punto)** Determine un intervalo de confianza, al 97 %, para la media poblacional.

c) **(1 punto)** Con el mismo nivel de confianza, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra de esa población para que el error cometido sea menor que 2?

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}-3 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a) **(1 punto)** Calcule A^2+B^3.
b) **(1.5 puntos)** Calcule X en la ecuación matricial $(A+B)\cdot X = A-B$.

EJERCICIO 2

El beneficio en euros que obtiene una empresa al vender x unidades de un artículo viene dado por la función $B(x)=-x^2+360x-18000,\quad 50\le x\le 350$.

a) **(0.8 puntos)** ¿Cuál es el beneficio obtenido si vende 100 unidades? ¿Cuántas unidades debe vender para obtener un beneficio de 13500 €?
b) **(1 punto)** ¿Cuál es el número de unidades que debe vender para que el beneficio sea máximo? ¿A cuánto asciende ese beneficio?
c) **(0.7 puntos)** Represente gráficamente la función y determine cuántas unidades hay que vender para no obtener pérdidas.

EJERCICIO 3

Sean A, B y C tres sucesos de los que se sabe que A y B son independientes, A y C son incompatibles, $P(A)=0.4$, $P(A\cap B)=0.1$ y $P(C)=0.2$.

Calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:
a) **(1.25 puntos)** Que suceda A si no sucede B.
b) **(0.75 puntos)** Que no suceda ni A ni C.
c) **(0.5 puntos)** Que si no sucede B tampoco suceda A.

EJERCICIO 4

Se desea estimar el porcentaje de alumnos de un determinado instituto que lleva gafas. Para ello se eligen 300 alumnos, de los que 210 llevan gafas.

a) **(1.5 puntos)** Calcule el intervalo de confianza para la proporción de alumnos que lleva gafas, con un nivel de confianza del 97 %.
b) **(1 punto)** Si por estudios en otros institutos se sabe que la proporción de alumnos que lleva gafas es del 70 %, determine el tamaño mínimo de la muestra necesario para que, con una confianza del 97 %, el error máximo que se cometa sea inferior a 0.06.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(1.2 puntos)** Represente el recinto dado por las siguientes inecuaciones:

$$y\le x+3 \qquad x+5y\ge 3 \qquad 2x+7y\le 30 \qquad y\ge 0$$

b) **(0.5 puntos)** Razone si el punto (5, 3) pertenece al recinto anterior.
c) **(0.8 puntos)** Obtenga los valores mínimo y máximo de la función $F(x,y)=x-y$ en ese recinto, indicando en qué puntos se alcanzan.

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x)=\begin{cases}\dfrac{a}{x-1} & si \quad x<0\\ x^2-bx-1 & si \quad x\ge 0\end{cases}$

a) **(1.5 puntos)** Calcule el valor de a y b, para que la función sea derivable en $x=0$.
b) **(1 punto)** Para $a=1$ y $b=2$, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x=2$.

EJERCICIO 3

Para superar una asignatura un estudiante hace un examen teórico y otro práctico. La probabilidad de que apruebe el examen teórico es 0.8, la de que apruebe el examen práctico es 0.6 y la de que apruebe ambos es 0.5.

a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe al menos uno de los dos exámenes?
b) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe el examen práctico en caso de no haber aprobado el examen teórico?
c) **(0.5 puntos)** ¿Son independientes los sucesos "aprobar el examen teórico" y "aprobar el examen práctico"?

EJERCICIO 4

Se sabe que el peso de los tarros de mermelada que fabrica una empresa sigue una distribución Normal con desviación típica 25 g. Con objeto de estimar el peso medio de los tarros fabricados por esa empresa se selecciona una muestra aleatoria de 100 tarros de esa fábrica obteniéndose un peso medio de 230 g.

a) **(1.3 puntos)** Calcule un intervalo de confianza, al 96 %, para la media de la población.
b) **(0.2 puntos)** ¿Qué error máximo se ha cometido en el intervalo anterior?
c) **(1 punto)** Determine el tamaño muestral mínimo para que el error máximo cometido al construir un intervalo de confianza, con el mismo nivel de confianza, sea 2 g.

Curso 2016/2017 4

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Un fabricante de complementos alimenticios elabora dos tipos de bebidas energéticas a partir de tres componentes: taurina, cafeína y L-carnitina. Un envase del primer tipo de bebida precisa 30 g de taurina, 40 g de cafeína y 20 g de L-carnitina, mientras que uno del segundo necesita 40 g de taurina, 30 g de cafeína y 10 g de L-carnitina. Sabiendo que dispone de 52 kg de taurina, 46 kg de cafeína y 20 kg de L-carnitina, que cada envase del primer tipo se vende por 1.5 € y cada envase del segundo tipo por 1 €, ¿cuántos envases de cada tipo de bebida tendría que elaborar para obtener la ganancia máxima? ¿A cuánto ascendería esta ganancia?

EJERCICIO 2

Una empresa quiere invertir en productos financieros un mínimo de un millón de euros y un máximo de seis millones de euros. La rentabilidad que obtiene viene dada en función de la cantidad invertida, x, por la siguiente expresión:

$$R(x)=\begin{cases} x-2 & si \quad 1\leq x<2 \\ -x^2+10x-16 & si \quad 2\leq x\leq 6 \end{cases}$$

donde tanto x, como $R(x)$, están expresadas en millones de euros.

a) **(0.75 puntos)** Estudie la continuidad de la función R.

b) **(0.75 puntos)** Esboce la gráfica de la función.

c) **(1 punto)** ¿Qué cantidad debe invertir para obtener la máxima rentabilidad y a cuánto asciende ésta? ¿Para qué valores de x la rentabilidad es positiva?

EJERCICIO 3

En un estudio sobre los niveles de audiencia de dos cadenas de radio, se obtuvo que el 50 % de la población escucha la cadena A, el 40 % escucha la cadena B y el 20 % oye ambas.

a) **(1 punto)** Halle el porcentaje de la población que escucha alguna de las dos cadenas.

b) **(0.5 puntos)** Calcule el porcentaje de la población que escucha solo la cadena B.

c) **(1 punto)** Halle el porcentaje de la población que escucha solo una de las dos cadenas.

EJERCICIO 4

En un centro docente hay 160 alumnos matriculados en 1º de ESO, 120 en 2º, 120 en 3º, 80 en 4º, 240 en 1º de Bachillerato y 200 en 2º. Se quiere constituir una comisión en la que todos los cursos estén representados de forma proporcional.

a) **(1.25 puntos)** ¿Cuántos alumnos debe haber en la comisión y cuántos de cada curso si dicha comisión está formada por el 5 % del total del alumnado?

b) **(1.25 puntos)** ¿Cuál sería la composición de la comisión si queremos que haya 9 alumnos de 2º de ESO?

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea el recinto definido por las siguientes inecuaciones:

$$y\leq 2x+1 \qquad y\leq 13-4x \qquad x\geq 4-y$$

a) **(0.5 puntos)** Razone si el punto de coordenadas $(1.1\ ,\ 2.8)$ pertenece al recinto.

b) **(1.5 puntos)** ¿En qué puntos alcanza la función $F(x,y)=-3x+1.5y$ sus valores extremos y cuáles son éstos?

c) **(0.5 puntos)** Razone si existe algún punto del recinto en el que la función F se anule.

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} ax-3x^2 & si \quad x\leq 1 \\ 2x^2+b & si \quad x>1 \end{cases}$

a) **(1.5 puntos)** Calcule los valores de a y b para que la función f sea derivable en $x=1$.

b) **(1 punto)** Para $a=3$ y $b=-2$, estudie la monotonía y curvatura de la función f.

EJERCICIO 3

A una asamblea en la Universidad asisten 420 alumnos de los cuales 180 son de Empresariales, 72 de Relaciones Laborales y el resto de Derecho. Un tercio de los alumnos de Empresariales, dos tercios de los de Derecho y 16 alumnos de Relaciones Laborales votan NO a la huelga. El resto ha votado SÍ.

a) **(0.9 puntos)** Calcule la probabilidad de que elegido un alumno al azar, sea de Empresariales y haya votado SÍ a la huelga.

b) **(0.8 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que elegido un alumno al azar haya votado SÍ a la huelga?

c) **(0.8 puntos)** Si elegido un alumno al azar, resulta que ha votado NO a la huelga, ¿cuál es la probabilidad de que sea de Relaciones Laborales?

EJERCICIO 4

El tiempo diario, en horas, que dedican los alumnos de una Facultad a las redes sociales sigue una ley Normal de desviación típica 2 horas. Se toma una muestra aleatoria de 10 alumnos con los siguientes tiempos en horas

6.5 7 6.25 7 5.5 7.25 6.75 6.25 6 6.5

a) **(1.5 puntos)** Determine el intervalo de confianza, al 90 %, para el tiempo medio diario dedicado por los alumnos de esa Facultad a las redes sociales.

b) **(1 punto)** Utilizando el mismo nivel de confianza anterior, calcule el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el tiempo medio diario, para un error de estimación máximo de 0.1 horas.

Curso 2016/2017 Junio

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}3 & -1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$.

a) **(1 punto)** Calcule la matriz A^{2017}.

b) **(1.5 puntos)** ¿Se verifica la expresión $(B+A)\cdot(B-A)=B^2-A^2$?

EJERCICIO 2

Sea $f(t)$ el porcentaje de ocupación de un determinado complejo hotelero en función del tiempo t, medido en meses, transcurrido desde su inauguración:

$$f(t)=\begin{cases}-\frac{5}{2}t^2+20t & si \quad 0\le t\le 6\\ \frac{90t-240}{t+4} & si \quad t>6\end{cases}$$

a) **(0.5 puntos)** ¿Evoluciona la función f de forma continua?

b) **(0.5 puntos)** ¿Cuál sería el porcentaje de ocupación al finalizar el segundo año?

c) **(1 punto)** ¿En qué momentos el porcentaje de ocupación sería del 40 %?

d) **(0.5 puntos)** ¿Llegaría en algún momento a estar completo en caso de que estuviese abierto indefinidamente?

EJERCICIO 3

Se sabe que el 90 % de los alumnos de un centro docente está interesado por las redes sociales, el 60 % está interesado por sus notas y el 55 % por ambas cuestiones. Se elige al azar un alumno de ese centro.

a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que dicho alumno esté interesado por alguna de las dos cuestiones?

b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que esté interesado por sus notas, sabiendo que no está interesado por las redes sociales.

c) **(0.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que no esté interesado por ninguna de estas dos cuestiones.

EJERCICIO 4

La altura de los estudiantes de 2º de bachillerato de un centro sigue una ley Normal de media 165 cm y desviación típica 10 cm.

a) **(1 punto)** ¿Qué distribución sigue la altura media de las muestras de tamaño 25?

b) **(1.5 puntos)** Se elige al azar una muestra de 25 estudiantes y se les mide la altura. ¿Cuál es la probabilidad de que la altura media de esa muestra supere 160 cm?

Curso 2016/2017 Junio

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Un distribuidor de software informático tiene en su cartera de clientes tanto a empresas como a particulares. Ha de conseguir al menos 25 empresas como clientes y el número de clientes particulares deberá ser como mínimo el doble que el de empresas. Por razones de eficiencia del servicio postventa, tiene estipulado un límite global de 120 clientes anuales. Cada empresa le produce 386 € de beneficio, mientras que cada particular le produce 229 €. ¿Qué combinación de empresas y particulares le proporcionará el máximo beneficio? ¿A cuánto ascenderá ese beneficio?

EJERCICIO 2

a) **(1.5 puntos)** Calcule la derivada de las siguientes funciones

$$f(x)=\frac{e^{5x}-x}{x^2-x} \qquad g(x)=\left(2x^2-x\right)^3\cdot ln\left(x^3+2\right)$$

b) **(1 punto)** Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $h(x)=\frac{1}{x}$ en el punto de abscisa $x=1$.

EJERCICIO 3

En una ciudad hay dos fábricas de pasta, F1 y F2, que producen dos tipos de productos, A y B, que venden a un distribuidor en paquetes de 1 kg. En un mes, la fábrica F1 produce 20000 kg de pasta, de los que 12000 son del tipo A y la fábrica F2 produce 25000 kg de pasta de los que 15000 kg son del tipo A. Se escoge al azar un paquete del distribuidor.

a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que sea del tipo B?

b) **(1 punto)** Si el paquete elegido resulta ser del tipo A, ¿qué es más probable, que proceda de la fábrica F1 o que proceda de la F2?

EJERCICIO 4

La puntuación obtenida por los participantes en una prueba es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal con una desviación típica de 6 puntos. Se toma una muestra aleatoria de 64 participantes en esa prueba, resultando una puntuación media de 35 puntos.

a) **(1.25 puntos)** Calcule un intervalo de confianza, al 95 %, para la calificación media del total de participantes en la citada prueba.

b) **(1.25 puntos)** Halle el tamaño mínimo de la muestra necesaria para estimar la puntuación media del total de participantes, con un error inferior a 0.5 puntos y un nivel de confianza del 99 %.

Curso 2016/2017 Septiembre

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

a) **(1.5 puntos)** Justifique cuáles de las siguientes operaciones pueden realizarse y, en tal caso, calcule el resultado:

$$A^2 \qquad A-B \qquad A\cdot B \qquad A\cdot B^t$$

b) **(1 punto)** Halle la matriz X tal que $A^t + B\cdot X = 3B$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x)=x^3+ax^2+bx$.

a) **(1 punto)** Halle a y b sabiendo que la función tiene un mínimo en el punto de abscisa $x=-1$ y un punto de inflexión en el punto de abscisa $x=-2$.

b) **(1.5 puntos)** Para a = 6 y b = 9, halle los puntos de corte con los ejes, estudie la monotonía y extremos y esboce la gráfica de la función.

EJERCICIO 3

Supongamos que el 20% de los votantes de Trump apoya la construcción del muro en la frontera con México y que solo el 5 % de los que no lo votaron la apoya. En un grupo formado por 5000 votantes de Trump y 10000 estadounidenses que no lo votaron se elige una persona al azar.

a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que ésta apoye la construcción del muro?

b) **(0.75 puntos)** Si la persona elegida apoya la construcción del muro, ¿cuál es la probabilidad de que no haya votado a Trump?

c) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que sea votante de Trump o apoye la construcción del muro.

EJERCICIO 4

El tiempo de vida de una determinada especie de tortuga es una variable aleatoria que sigue una ley Normal de desviación típica 10 años. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 tortugas y se obtienen los siguientes valores:

46 38 59 29 34 32 38 21 44 34

a) **(1.5 puntos)** Determine un intervalo de confianza, al 95 %, para la vida media de dicha especie de tortugas.

b) **(1 punto)** Calcule el tamaño mínimo que debe tener una muestra para que el error de estimación de la vida media no sea superior a 5 años, con un nivel de confianza del 98 %.

Curso 2016/2017 Septiembre

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(0.8 puntos)** Represente el recinto definido por las siguientes inecuaciones:

$$x+y\le 3 \qquad 2x+y\ge 4 \qquad y\ge -1$$

b) **(0.25 puntos)** Razone si el punto (2, 1) pertenece al recinto anterior.

c) **(1.2 puntos)** Obtenga los vértices del recinto y los valores mínimo y máximo de la función $F(x,y)=5x+4y$ en ese recinto, indicando en qué puntos se alcanzan.

d) **(0.25 puntos)** Razone si la función F puede alcanzar el valor 9 en el recinto anterior.

EJERCICIO 2

Se consideran las siguientes funciones $f(x)=\dfrac{5x-16}{x}$ y $g(x)=x^2$.

a) **(1 punto)** Determine la abscisa del punto donde se verifique que $f'(x)=g'(x)$.

b) **(1.5 puntos)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de cada función en el punto de abscisa x = 2 y determine el punto de corte de ambas rectas tangentes, si existe.

EJERCICIO 3

Una urna contiene 5 bolas rojas y 3 verdes. Se extrae una bola y se reemplaza por 2 bolas del otro color. A continuación se extrae una segunda bola.

a) **(1.25 puntos)** Calcule la probabilidad de que la segunda bola extraída sea verde.

b) **(1.25 puntos)** Halle la probabilidad de que la primera haya sido roja, sabiendo que la segunda también ha sido roja.

EJERCICIO 4

En una muestra, elegida al azar, de 100 estudiantes de una Universidad, se ha observado que 25 desayunan en la cafetería del campus.

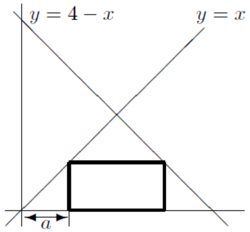
a) **(1.25 puntos)** Determine, con un nivel de confianza del 95 %, un intervalo de confianza para estimar la proporción de estudiantes de esa Universidad que desayunan en la cafetería.

b) **(1.25 puntos)** Si la proporción de estudiantes de esa Universidad que desayunan en la cafetería del campus en una muestra aleatoria es de 0.2, y el error cometido en la estimación ha sido inferior a 0.03, con un nivel de confianza del 92.5 % calcule el tamaño mínimo de la muestra.

Curso 2017/2018 1

Opción A

Ejercicio 1.-
Se desea construir un rectángulo, como el de la figura, de área máxima. La base está situada sobre el eje OX, un vértice está en la recta $y = x$ y el otro, en la recta $y = 4 - x$. Se pide:



a) [0,25 puntos] Halla la altura del rectángulo en función de a (ver la figura).

b) [1 punto] Halla la base del rectángulo en función de a.

c) [1,25 puntos] Encuentra el valor de a que hace máximo el área del rectángulo.

Ejercicio 2.- Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = e^{2-x}$.

a) [0,75 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$.

b) [0,5 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, el eje de ordenadas y la recta $x + y = 3$.

c) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto indicado.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & \lambda \\ 2 & -\lambda & 1 \\ 2\lambda & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

a) [1,25 puntos] Discute el rango de A según los valores del parámetro λ.

b) [1,25 puntos] Para $\lambda = -2$, estudia y resuelve el sistema dado por $AX = B$.

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $x + 2y + z = 6$.

a) [1 punto] Determina la recta perpendicular a π que pasa por el origen de coordenadas.

b) [0,5 puntos] Halla el punto simétrico del origen de coordenadas con respecto a π.

c) [1 punto] Calcula el volumen del tetraedro determinado por el origen de coordenadas y los puntos de corte de π con los ejes de coordenadas.

Opción B

Ejercicio 1.- Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} -x\,e^{x-1} & \text{si} \quad x \le 0 \\ x\,e^{x-1} & \text{si} \quad 0 < x \le 1 \\ x\,e^{1-x} & \text{si} \quad 1 < x \end{cases}$$

a) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f en $x = 0$ y en $x = 1$.

b) [1,5 puntos] Estudia la existencia de asíntotas horizontales de la gráfica de f.

Ejercicio 2.- Considera la función $f : \left(-\frac{e}{2}, +\infty\right) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln(2x+e)$, donde $\ln$ denota logaritmo neperiano.

a) [0,75 puntos] Haz un esbozo de la gráfica de f calculando sus puntos de corte con los ejes coordenados.

b) [1,75 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y los ejes de coordenadas.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad D = (4 \ -5 \ 6).$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica que $A^2X - BA + X = CD$.

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv x - 2 = y - 2 = z \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 4 + t \\ z = mt \end{cases}$$

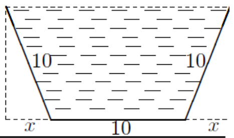
a) [1 punto] Determina m para que r y s sean paralelas.

b) [0,5 puntos] Halla, si existe, un valor de m para el que ambas rectas sean la misma.

c) [1 punto] Para $m = 1$, calcula la ecuación del plano que contiene a r y a s.

Opción A

Ejercicio 1.- Se desea construir una canaleta, para la recogida de agua, cuya sección es como la de la figura. La base y los costados deben medir 10 cm y se trata de darle la inclinación adecuada a los costados para obtener una sección de área máxima. Se pide:



a) [0,25 puntos] Halla la altura de la canaleta en función de x (ver la figura).

b) [0,75 puntos] Halla el área de la sección de la canaleta en función de x.

c) [1,5 puntos] Encuentra el valor de x que hace máximo dicho área.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina la función $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$ sabiendo que $f''(x)=\dfrac{1}{(x-1)^2}$ y que la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=2$ es $y=x+2$.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}\quad \text{y}\quad C=\begin{pmatrix}1&1&2\end{pmatrix}$$

a) [1 punto] Calcula A^{2018}.

b) [1,5 puntos] Determina, si existe, la matriz X que verifica $A(X+2I)=BC$ donde I es la matriz identidad.

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r\equiv\left\{\begin{array}{rcl}x+y&=&z+4\\x+2y&=&7\end{array}\right.\quad \text{y}\quad s\equiv\left\{\begin{array}{rcl}x-2&=&0\\y+3&=&0\end{array}\right.$$

a) [1 punto] Estudia y determina la posición relativa de r y s.

b) [1,5 puntos] Determina la recta perpendicular común a r y a s.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x)=\dfrac{e^x}{x-1}$ para $x\neq 1$.

a) [0,75 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y halla sus máximos y mínimos relativos (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

c) [0,75 puntos] Esboza la gráfica de f indicando sus puntos de corte con los ejes coordenados.

Ejercicio 2.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=x\cos\left(\dfrac{x}{2}\right)$.

a) [1,75 puntos] Calcula $\displaystyle\int f(x)\,dx$

b) [0,75 puntos] Encuentra la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(0,1)$.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{rcl}x+y+mz&=&1\\x+my+z&=&1\\x+2y+4z&=&m\end{array}\right.$$

a) [1,75 puntos] Discute el sistema en función del parámetro m.

b) [0,75 puntos] Si es posible, resuelve el sistema para $m=1$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(2,-1,-2)$ y $B(-1,-1,2)$, y la recta r dada por

$$x-1=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{2}$$

a) [1 punto] Determina los puntos del segmento AB que lo dividen en 3 segmentos de la misma longitud.

b) [1,5 puntos] Determina un punto C de r de forma que el triángulo ABC sea rectángulo en C.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula

$$\lim_{x\to 0} \frac{\text{tg}(x) - x}{x - \text{sen}(x)}$$

Ejercicio 2.- Considera las funciones f y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = -x^2 - x + 3$ y $g(x) = |x|$.

a) [1,25 puntos] Esboza el recinto limitado por las gráficas de f y g y calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.

b) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3.- Considera la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 0 & 3 \\ x & y & z \end{pmatrix}$. Sabiendo que el determinante de M es 2, calcula los siguientes determinantes e indica las propiedades que utilices:

a) [0,75 puntos] El determinante de la matriz $5M^4$.

b) [0,75 puntos] $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ x & y & z \end{vmatrix}$ **c) [1 punto]** $\begin{vmatrix} 1 & x+6 & x \\ 2 & y & y \\ 3 & z+3 & z \end{vmatrix}$

Ejercicio 4.- Sea r la recta que pasa por los puntos $A(3,6,7)$ y $B(7,8,3)$ y sea s la recta dada por

$$\begin{cases} x - 4y - z &= -10 \\ 3x - 4y + z &= -2 \end{cases}$$

a) [1,25 puntos] Determina la posición relativa de r y s.

b) [1,25 puntos] Calcula la distancia entre r y s.

Curso 2017/2018 3

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se desea construir una caja sin tapadera de base cuadrada. El precio del material es de 18 euros/m^2 para los laterales y de 24 euros/m^2 para la base. Halla las dimensiones de la caja de mayor volumen que se puede construir si disponemos de 50 euros.

Ejercicio 2.- Se sabe que la función $f : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax} & \text{si } 0 \le x \le 8 \\ \dfrac{x^2 - 32}{x - 4} & \text{si } x > 8 \end{cases}$$

es continua.

a) [0,5 puntos] Determina a.

b) [2 puntos] Para $a = 8$, calcula $\displaystyle\int_0^{10} f(x)\,dx$.

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

a) [0,75 puntos] Halla, si existe, la inversa de A.

b) [1,25 puntos] Determina los valores de m tales que $(A - mI)$ tiene inversa (I es la matriz identidad).

c) [0,5 puntos] Calcula el rango de $(A - 2I)$.

Ejercicio 4.-

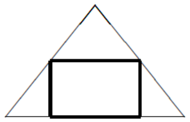
a) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano que pasa por el punto $A(0,1,0)$ y es perpendicular a la recta r dada por $x + 1 = \dfrac{y+2}{2} = z - 1$.

b) [1,25 puntos] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano de ecuación $2x + 3y + 4z = 12$ con los ejes coordenados.

Opción A

Ejercicio 1.-

[2,5 puntos] Considera un triángulo isósceles en el que el lado desigual mide 8 cm y la altura correspondiente mide 5 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo de área máxima que se puede inscribir en dicho triángulo (ver figura).



Ejercicio 2.- Siendo $a > 1$, considera el rectángulo de vértices $A(1,0), B(1,1), C(a,1)$ y $D(a,0)$. La gráfica de la función f definida por $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$ para $x \neq 0$ divide al rectángulo anterior en dos recintos.

a) [0,5 puntos] Haz un esbozo de la gráfica de f y del rectángulo descrito.

b) [2 puntos] Determina el valor de a para el que los dos recintos descritos tienen igual área.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

a) [1,5 puntos] Discute el sistema dado por $AX = mX$ según los valores del parámetro m.

b) [0,5 puntos] Da la solución del sistema en los casos en que es compatible determinado.

c) [0,5 puntos] Para $m = 3$ resuelve el sistema y halla, si es posible, una solución en la que $x + y + z = 3$.

Ejercicio 4.- Se sabe que los puntos $A(-1, 2, 6)$ y $B(1, 4, -2)$ son simétricos respecto de un plano π.

a) [0,75 puntos] Calcula la distancia de A a π.

b) [1,75 puntos] Determina la ecuación general del plano π.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x + xe^{-x}$

a) [1,25 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f que es paralela a la recta $x - y + 1 = 0$.

b) [1,25 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\displaystyle\int_0^{\ln(2)} \frac{1}{1+e^x}\,dx$ donde $\ln$ denota logaritmo neperiano (sugerencia $t = e^x$).

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x \;-z & = & m \\ my + 3z & = & 1 \\ 4x + y - mz & = & 5 \end{array} \right.$$

a) [1,5 puntos] Discútelo según los valores del parámetro m.

b) [1 punto] Para $m = 1$ resuelve el sistema y encuentra, si es posible, una solución para la que sea $x = z$.

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \left\{ \begin{array}{l} x = 2t \\ y = 1 \\ z = 0 \end{array} \right. \quad \text{y} \quad s \equiv \left\{ \begin{array}{rl} x + y & = 2 \\ z & = 2 \end{array} \right.$$

a) [1,75 puntos] Determina la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s.

b) [0,75 puntos] Calcula la distancia entre las rectas dadas.

Curso 2017/2018 Junio

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Halla los coeficientes a, b y c sabiendo que la función $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ tiene en $x=1$ un punto de derivada nula que no es extremo relativo y que la gráfica de f pasa por el punto $(1,1)$.

Ejercicio 2.- Considera las funciones f y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dadas por $f(x)=6x-x^2$ y $g(x)=|x^2-2x|$.

a) [1,25 puntos] Esboza el recinto limitado por las gráficas de f y g y calcula los puntos de corte de dichas gráficas.

b) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & + & (m+3)z & = & 3 \\ x & + & y & + & z & = & 3m \\ 2x & + & 4y & + & 3(m+1)z & = & 8 \end{array}\right.$$

a) [1,75 puntos] Discútelo según los valores del parámetro m.

b) [0,75 puntos] Resuelve el sistema para $m=-2$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $P(1,0,-1)$, $Q(2,1,1)$ y la recta r dada por

$$x-5 = y = \frac{z+2}{-2}$$

a) [1,25 puntos] Determina el punto simétrico de P respecto de r.

b) [1,25 puntos] Calcula el punto de r que equidista de P y Q.

Curso 2017/2018 Junio

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determina $k\neq 0$ sabiendo que la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} 3-kx^2 & \text{si } x\leq 1 \\ \dfrac{2}{kx} & \text{si } x>1 \end{cases}$$

es derivable.

Ejercicio 2.- Considera las funciones f y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definidas por $g(x)=-\dfrac{x^2}{4}$ y $f(x)=3-x^2$.

a) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=1$ y comprueba que también es tangente a la gráfica de g. Determina el punto de tangencia con la gráfica de g.

b) [0,75 puntos] Esboza el recinto limitado por la recta $y=4-2x$ y las gráficas de f y g. Calcula todos los puntos de corte entre las gráficas (y la recta).

c) [0,75 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3.-

a) [1,5 puntos] Justifica que es posible hacer un pago de $34,50$ euros cumpliendo las siguientes restricciones:

- utilizando únicamente monedas de 50 céntimos de euro, de 1 euro y de 2 euros;
- se tienen que utilizar exactamente un total de 30 monedas;
- tiene que haber igual número de monedas de 1 euro como de 50 céntimos y 2 euros juntas.

¿De cuántas maneras y con cuántas monedas de cada tipo se puede hacer el pago?

b) [1 punto] Si se redondea la cantidad a pagar a 35 euros, justifica si es posible o no seguir haciendo el pago bajo las mismas condiciones que en el apartado anterior.

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(2,-1,3)$ y el plano π de ecuación $3x+2y+z=5$.

a) [1,75 puntos] Calcula el punto simétrico de P respecto de π.

b) [0,75 puntos] Calcula la distancia de P a π.

Curso 2017/2018 Septiembre

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+c & \text{si} \quad x\leq 0 \\ \dfrac{e^x-e^{-x}-2x}{x-\operatorname{sen}(x)} & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$$

Determina a, b y c sabiendo que f es continua, alcanza un máximo relativo en $x=-1$ y la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=-2$ tiene pendiente 2.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Considera la función f definida por $f(x)=a\,x\,\ln(x)-b\,x$ para $x>0$ ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano). Determina a y b sabiendo que f tiene un extremo relativo en $x=1$ y que

$$\int_1^2 f(x)\,dx=8\ln(2)-9$$

Ejercicio 3.- Considera las siguientes matrices

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B=\begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) [0,75 puntos] Determina, si existen, los valores de a, b y c para los que las matrices A y B conmutan.

b) [1 punto] Calcula A^2, A^3, A^{2017} y A^{2018}.

c) [0,75 puntos] Calcula, si existe, la matriz inversa de A.

Ejercicio 4.- Considera las rectas

$$r\equiv\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{3} \qquad \text{y} \qquad s\equiv\begin{cases} 2x-3y &= -5 \\ y-2z &= -1 \end{cases}$$

a) [1 punto] Estudia y determina la posición relativa de r y s.

b) [1,5 puntos] Calcula la distancia entre r y s.

Opción B

Ejercicio 1.- Considera la función f definida por $f(x)=a\,\ln(x)+bx^2+x$ para $x>0$, donde $\ln$ denota logaritmo neperiano.

a) [1,5 puntos] Halla a y b sabiendo que f tiene extremos relativos en $x=1$ y en $x=2$.

b) [1 punto] ¿Qué tipo de extremos tiene f en $x=1$ y en $x=2$?

Ejercicio 2.- Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=e^{-2x}$.

a) [0,75 puntos] Determina el punto de la gráfica de f en el que la recta tangente es $y=-2ex$.

b) [0,5 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, la recta $y=-2ex$ y el eje de ordenadas.

c) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + y + mz = m^2 \\ \quad\;\; y - z = m \\ x + my + z = m \end{cases}$$

a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores del parámetro m.

b) [1 punto] Resuélvelo para $m=1$. Para dicho valor de m, calcula, si es posible, una solución en la que $z=2$.

Ejercicio 4.- Considera las rectas

$$r\equiv\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{m}=z \qquad \text{y} \qquad s\equiv\begin{cases} x+nz &= -2 \\ y-z &= -3 \end{cases}$$

a) [1,5 puntos] Halla los valores de m y n para los que r y s se cortan perpendicularmente.

b) [1 punto] Para $m=3$ y $n=1$, calcula la ecuación general del plano que contiene a r y a s.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Consideremos el recinto definido por las siguientes desigualdades:

$$7y \leq 15 + 3x \qquad y \geq x - 3 \qquad 3y \geq -x + 11$$

a) **(2 puntos)** Represente gráficamente el recinto anterior y calcule sus vértices.

b) **(0.5 puntos)** Calcule en qué puntos se alcanzan los valores máximo y mínimo de la función $H(x, y) = 4x - y - 16$ restringida al anterior recinto y obtenga dichos valores.

EJERCICIO 2

a) **(1 punto)** Calcule la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{1}{2} ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \qquad g(x) = (x^2+1)^2 \cdot e^{2x-1}$$

b) **(1.5 puntos)** Obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $h(x) = x^2 - 6x + 8$ en el punto de abscisa $x = 4$. Represente gráficamente la función h y la recta tangente hallada.

EJERCICIO 3

El 17 % de la población adulta de una ciudad sigue una dieta de adelgazamiento y practica algún deporte regularmente. El 58 % ni sigue una dieta de adelgazamiento ni hace deporte regularmente. Además, se sabe que de los que hacen deporte regularmente, el 50 % hace dieta de adelgazamiento. Se elige al azar un adulto de esa población.

a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que siga una dieta de adelgazamiento o que practique deporte regularmente?

b) **(1 punto)** Si el individuo elegido sigue una dieta de adelgazamiento, ¿cuál es la probabilidad de que practique deporte con regularidad?

c) **(0.5 puntos)** ¿Son independientes los sucesos "Seguir una dieta de adelgazamiento" y "Practicar algún deporte regularmente"?

EJERCICIO 4

La cantidad de azúcar que añade un fabricante de refrescos a sus productos sigue una ley Normal cuya varianza es 225 mg^2. Se ha seleccionado al azar una muestra de 25 refrescos de ese fabricante, en la que se ha obtenido una media de 175 mg de azúcar añadido por refresco.

a) **(1.5 puntos)** Determine un intervalo de confianza al 90 % para la cantidad media de azúcar añadida a cada refresco.

b) **(1 punto)** ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para que el intervalo de confianza correspondiente al 80 % tenga una amplitud como máximo de 5 mg?

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -6 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} -2 & 2 \end{pmatrix}$$

a) **(1 punto)** Justifique cuáles de las siguientes operaciones se pueden realizar y efectúelas cuando sea posible:

$$A + B \cdot C \qquad A \cdot C + B \cdot D^t \qquad B^2 + C \cdot D \qquad A + D \cdot C$$

b) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $X \cdot (A + I_2) = 3B^t$.

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x) = ax^2 + \frac{b}{x}$, con $x \neq 0$, siendo a y b dos parámetros reales.

a) **(1 punto)** Determine el valor de los parámetros a y b para que $f(x)$ tenga un extremo relativo en el punto $(1, 3)$.

b) **(0.75 puntos)** Para $a = 1$ y $b = 2$, razone si en el punto $(1, 3)$ la función presenta un máximo o un mínimo.

c) **(0.75 puntos)** Calcule $\int \left(x^2 + \frac{2}{x}\right) dx$.

EJERCICIO 3

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio dado. Se sabe que $P(A) = 0.5$, $P(A \cup B) = 0.75$ y $P(A - B) = 0.3$.

a) **(0.5 puntos)** Calcule $P(A \cap B)$.

b) **(1 punto)** Calcule $P(A/B^c)$.

c) **(1 punto)** ¿Son independientes los sucesos A y B? ¿Son los sucesos A y B incompatibles?

EJERCICIO 4

La Consejería de Educación elige una muestra de 5 000 estudiantes de 1º de Bachillerato de Ciencias Sociales y los encuesta para conocer la opinión que tienen sobre la elección de cierta materia entre las optativas para cursar 2º de Bachillerato. El resultado de la encuesta revela que 2 250 estudiantes piensan elegir dicha materia optativa.

a) **(1.5 puntos)** Halle un intervalo de confianza al 97.5 % para estimar la proporción de estudiantes que piensan elegir esa materia optativa.

b) **(1 punto)** Si en otra muestra la proporción de estudiantes que piensa elegir esa materia es de 0.5 y el error cometido en la estimación ha sido inferior a 0.03 con un nivel de confianza del 92.5 %, calcule el tamaño muestral mínimo de esa muestra.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Se quiere elaborar dos suplementos alimenticios UNAL y DOSAL con idea de completar la dieta de ciertos individuos. Cada comprimido de UNAL aporta 5 unidades de calcio, 5 de proteínas y 1 caloría y tiene un coste 0.6 euros, mientras que un comprimido de DOSAL aporta 2 unidades de calcio, 5 de proteínas y 3 calorías, siendo su coste de 1 euro. Sabiendo que los mínimos diarios requeridos son 10 unidades de calcio, 20 de proteínas y 6 calorías, encuentre la combinación de comprimidos de los dos suplementos que satisfacen las necesidades diarias con el menor coste.

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x) = x - \dfrac{3x-1}{x+1}$.

a) **(1 punto)** Indique el dominio de f y calcule $f'(x)$.

b) **(0.5 puntos)** Calcule la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = \dfrac{2}{3}$.

c) **(1 punto)** Halle los puntos de la gráfica de f en los que la recta tangente a dicha gráfica es horizontal.

EJERCICIO 3

Para tratar cierta enfermedad, en un hospital se utilizan tres fármacos distintos, A, B y C, administrándose a cada enfermo un solo fármaco. El 30 % de los pacientes es tratado con el fármaco A, el 50 % es tratado con el B y el resto con el fármaco C. La probabilidad de que la enfermedad se cure con el fármaco A es de 0.6, de que se cure con el fármaco B es de 0.8 y de que se cure con el fármaco C es de 0.7. Se elige al azar un paciente de ese hospital con esa enfermedad.

a) **(1.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que el paciente se cure.

b) **(1 punto)** Sabiendo que el paciente se ha curado, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido tratado con el fármaco A?

EJERCICIO 4

La producción en kilogramos por árbol de aguacates de una comarca sigue una distribución Normal de desviación típica 4 y media desconocida.

a) **(1 punto)** Obtenga el tamaño muestral mínimo necesario para estimar la media poblacional con un error de estimación inferior a 2.1 kg y una confianza del 97 %.

b) **(1.5 puntos)** Se toma una muestra aleatoria de 9 árboles, cuyas producciones en kilogramos han sido:

15	120	50	40	5	46	52	48	10

Obtenga el intervalo de confianza al 97 % para estimar la producción media de aguacates por árbol y calcule el error máximo de estimación.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a) **(1.5 puntos)** Justifique que la matriz A tiene inversa y calcule A^{-1}.

b) **(1 punto)** Calcule, si existe, la matrix X que satisface la ecuación matricial $A \cdot X = B$.

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$.

a) **(0.75 puntos)** Estudie su monotonía y halle sus extremos relativos.

b) **(0.75 puntos)** Determine los intervalos de concavidad y convexidad. Calcule su punto de inflexión.

c) **(0.5 puntos)** Calcule la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

d) **(0.5 puntos)** Calcule $\displaystyle\int f(x)\,dx$.

EJERCICIO 3

Sean A y B dos sucesos asociados a un experimento aleatorio tales que $P(B) = 0.4$, $P(A/B) = 0.25$ y $P(A - B) = 0.4$.

a) **(0.5 puntos)** Calcule $P(A \cap B)$.

b) **(1 punto)** Calcule $P(A)$ y $P(A \cup B)$.

c) **(1 punto)** ¿Son A y B independientes? ¿Son incompatibles?

EJERCICIO 4

En una muestra de 320 personas jubiladas elegidas al azar en un distrito de una ciudad, resultó que 96 de ellas realizaban alguna actividad física.

a) **(1.5 puntos)** Construya un intervalo de confianza al 95 % para la proporción de personas jubiladas que realizan alguna actividad física en ese distrito.

b) **(1 punto)** Suponiendo que se mantiene la misma proporción muestral, halle el tamaño mínimo de la muestra para que el error cometido sea inferior a 0.1 con un nivel de confianza del 98 %.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Consideremos el recinto definido por las siguientes desigualdades:

$$7y \leq 15 + 3x \qquad y \geq x - 3 \qquad 3y \geq -x + 11$$

a) **(2 puntos)** Represente gráficamente el recinto anterior y calcule sus vértices.

b) **(0.5 puntos)** Calcule en qué puntos se alcanzan los valores máximo y mínimo de la función $H(x, y) = 4x - y - 16$ restringida al anterior recinto y obtenga dichos valores.

EJERCICIO 2

a) **(1 punto)** Calcule la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{1}{2} ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \qquad g(x) = (x^2+1)^2 \cdot e^{2x-1}$$

b) **(1.5 puntos)** Obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $h(x) = x^2 - 6x + 8$ en el punto de abscisa $x = 4$. Represente gráficamente la función h y la recta tangente hallada.

EJERCICIO 3

El 17 % de la población adulta de una ciudad sigue una dieta de adelgazamiento y practica algún deporte regularmente. El 58 % ni sigue una dieta de adelgazamiento ni hace deporte regularmente. Además, se sabe que de los que hacen deporte regularmente, el 50 % hace dieta de adelgazamiento. Se elige al azar un adulto de esa población.

a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que siga una dieta de adelgazamiento o que practique deporte regularmente?

b) **(1 punto)** Si el individuo elegido sigue una dieta de adelgazamiento, ¿cuál es la probabilidad de que practique deporte con regularidad?

c) **(0.5 puntos)** ¿Son independientes los sucesos "Seguir una dieta de adelgazamiento" y "Practicar algún deporte regularmente"?

EJERCICIO 4

La cantidad de azúcar que añade un fabricante de refrescos a sus productos sigue una ley Normal cuya varianza es 225 mg^2. Se ha seleccionado al azar una muestra de 25 refrescos de ese fabricante, en la que se ha obtenido una media de 175 mg de azúcar añadido por refresco.

a) **(1.5 puntos)** Determine un intervalo de confianza al 90 % para la cantidad media de azúcar añadida a cada refresco.

b) **(1 punto)** ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para que el intervalo de confianza correspondiente al 80 % tenga una amplitud como máximo de 5 mg?

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -6 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} -2 & 2 \end{pmatrix}$$

a) **(1 punto)** Justifique cuáles de las siguientes operaciones se pueden realizar y efectúelas cuando sea posible:

$$A + B \cdot C \qquad A \cdot C + B \cdot D^t \qquad B^2 + C \cdot D \qquad A + D \cdot C$$

b) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $X \cdot (A + I_2) = 3B^t$.

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x) = ax^2 + \frac{b}{x}$, con $x \neq 0$, siendo a y b dos parámetros reales.

a) **(1 punto)** Determine el valor de los parámetros a y b para que $f(x)$ tenga un extremo relativo en el punto $(1, 3)$.

b) **(0.75 puntos)** Para $a = 1$ y $b = 2$, razone si en el punto $(1, 3)$ la función presenta un máximo o un mínimo.

c) **(0.75 puntos)** Calcule $\int \left(x^2 + \frac{2}{x}\right) dx$.

EJERCICIO 3

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio dado. Se sabe que $P(A) = 0.5$, $P(A \cup B) = 0.75$ y $P(A - B) = 0.3$.

a) **(0.5 puntos)** Calcule $P(A \cap B)$.

b) **(1 punto)** Calcule $P(A/B^c)$.

c) **(1 punto)** ¿Son independientes los sucesos A y B? ¿Son los sucesos A y B incompatibles?

EJERCICIO 4

La Consejería de Educación elige una muestra de 5 000 estudiantes de 1º de Bachillerato de Ciencias Sociales y los encuesta para conocer la opinión que tienen sobre la elección de cierta materia entre las optativas para cursar 2º de Bachillerato. El resultado de la encuesta revela que 2 250 estudiantes piensan elegir dicha materia optativa.

a) **(1.5 puntos)** Halle un intervalo de confianza al 97.5 % para estimar la proporción de estudiantes que piensan elegir esa materia optativa.

b) **(1 punto)** Si en otra muestra la proporción de estudiantes que piensa elegir esa materia es de 0.5 y el error cometido en la estimación ha sido inferior a 0.03 con un nivel de confianza del 92.5 %, calcule el tamaño muestral mínimo de esa muestra.

OPCION A

EJERCICIO 1

Una granja elabora una dieta mezclando dos tipos de pienso A y B. El pienso A aporta 2 unidades de Calcio y 1 de Hierro por cada kilogramo, mientras que el B aporta 1 de Calcio y 2 de Hierro. El coste por kilogramo tanto del pienso A como del pienso B es 1 euro por kilogramo. La dieta deberá aportar al menos 2 unidades de Calcio y 2 de Hierro.
Determine los kilogramos que se han de mezclar de cada tipo de pienso para que el coste de la dieta sea mínimo. ¿Cuál sería dicho coste? ¿Cuántas unidades de Hierro y de Calcio se administrarían a los animales con esta dieta?

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & \text{si } -2 \leq x < 1 \\ ax^2 + 4x & \text{si } 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$

a) **(0.5 puntos)** Calcule el valor de a para que la función sea continua en todo su dominio.
b) **(0.5 puntos)** Para $a = -1$, compruebe si es derivable en $x = 1$.
c) **(0.75 puntos)** Para $a = -1$, determine los extremos relativos de la función y el valor de la función en dichos extremos.
d) **(0.75 puntos)** Para $a = -1$, represente gráficamente la función en su dominio.

EJERCICIO 3

En una localidad andaluza hay tres institutos de ESO. De los 500 estudiantes que cursan 1º de ESO en dicha localidad, 250 están matriculados en el instituto A, 150 en el B y el resto están matriculados en el instituto C. Se sabe que han superado la materia de Matemáticas el 70 % del alumnado de 1º de ESO matriculado en el instituto A, el 68 % de B y el 73 % de C. Se elige al azar un estudiante de 1º de ESO de la citada localidad.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que no haya superado Matemáticas.
b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que esté matriculado en el instituto A, sabiendo que ha superado Matemáticas.
c) **(0.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que esté matriculado en el instituto C y no haya superado Matemáticas.

EJERCICIO 4

A la salida de una heladería se realizó una encuesta para comprobar si los clientes habían probado un nuevo sabor en promoción. Se observó que de 125 personas encuestadas, 20 no lo habían probado y el resto sí.

a) **(1.5 puntos)** Determine, con un nivel de confianza del 97 %, un intervalo para estimar la proporción de clientes de esa heladería que no habían probado el nuevo helado.
b) **(1 punto)** Mediante una nueva muestra se desea estimar la proporción de clientes de esa heladería que no habían probado el nuevo helado, con un error inferior al 5 % y un nivel de confianza del 94 %. Suponiendo que se mantiene la proporción muestral del apartado anterior, ¿qué tamaño mínimo debe tener dicha muestra?

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 5 \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) **(2 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $A^4 \cdot X = B^2 + I_2$.
b) **(0.5 puntos)** ¿Tiene inversa la matriz C? Justifique la respuesta.

EJERCICIO 2

a) **(1.5 puntos)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 1 & \text{si } x < 0 \\ e^{-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$
b) **(1 punto)** Dada la función $g(x) = x^3 + bx^2 + c$, calcule los valores de b y c sabiendo que g tiene un extremo relativo en $x = -1$ y que su gráfica pasa por el punto $(-1, 3)$.

EJERCICIO 3

El 70 % de los taxistas de una ciudad tiene 40 años o más y de estos, el 60 % es propietario de la licencia del vehículo. Sin embargo, en el caso de los menores de 40 años, son propietarios de la licencia el 23 %. Se escoge al azar un taxista de esa ciudad.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que sea propietario de la licencia del vehículo.
b) **(1 punto)** Sabiendo que no es propietario de la licencia, calcule la probabilidad de que tenga 40 años o más.
c) **(0.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que sea propietario de la licencia o tenga menos de 40 años.

EJERCICIO 4

La vida útil de los filtros de las máquinas de agua por ósmosis se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica de 2 000 horas. En una prueba realizada en 9 máquinas elegidas al azar, se obtuvieron los siguientes resultados:

9 500   10 000   8 500   10 500   16 500   10 000   12 000   14 000   17 000

a) **(1.5 puntos)** Calcule un intervalo de confianza al 99 % para la vida útil media de los filtros de las máquinas.
b) **(1 punto)** ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo que debería tener una muestra, para que el error cometido en la estimación de la vida útil media de los filtros sea inferior a 500 horas, con un nivel de confianza del 95 %?

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Una empresa textil quiere fabricar dos tipos de camisetas, lisas y estampadas. Para fabricar una camiseta lisa necesita 70 g de algodón y 20 g de poliéster y para cada camiseta estampada 60 g de algodón y 10 g de poliéster. La empresa dispone para ello de 4 200 g de algodón y 800 g de poliéster. Para que sea rentable debe fabricar al menos 10 estampadas y además, el doble de las estampadas debe ser al menos igual al número de lisas. Sabiendo que cada camiseta lisa da un beneficio de 5 euros y cada estampada de 4 euros, ¿cuántas camisetas de cada tipo debería fabricar para obtener el máximo beneficio? ¿Cuál es ese beneficio?

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x) = x^3 - 9x + 2$.

a) **(1 punto)** Obtenga las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de la función que sean paralelas a la recta $y = 3x - 3$.

b) **(1 punto)** Estudie la monotonía y la curvatura de la función f.

c) **(0.5 puntos)** Calcule $\displaystyle\int f(x)\,dx$.

EJERCICIO 3

El 65 % de los turistas que visitan una provincia elige alojamientos en la capital y el resto en zonas rurales. Además, el 75 % de los turistas que se hospedan en la capital y el 15 % de los que se hospedan en zonas rurales, lo hacen en hoteles, mientras que el resto lo hace en apartamentos turísticos. Se elige al azar un turista de los que se han alojado en esa provincia.

a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que se haya hospedado en un hotel?

b) **(1 punto)** Si se sabe que se ha hospedado en un apartamento turístico, ¿cuál es la probabilidad de que el apartamento esté en zonas rurales?

EJERCICIO 4

Se desea estimar la proporción de individuos que piensan votar a un cierto partido político en una determinada ciudad. Para ello se toma una muestra aleatoria de 300 individuos de la ciudad, resultando que 135 de ellos piensan votar a ese partido.

a) **(1.5 puntos)** Calcule un intervalo de confianza al 97 % para la proporción de individuos que piensan votar a ese partido en dicha ciudad.

b) **(1 punto)** Suponiendo que se mantiene la misma proporción muestral y el mismo nivel de confianza del apartado anterior, determine el tamaño mínimo de la muestra para estimar la proporción con un error inferior al 2 %.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Se considera la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) **(0.5 puntos)** Razone si la matriz A es simétrica.

b) **(1 punto)** Calcule A^{-1}.

c) **(1 punto)** Resuelva la ecuación matricial $2X \cdot A - A^2 - 3I_3 = O$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-1} & \text{si } x < 0 \\ x^2 + a & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) **(1 punto)** Determine el valor del parámetro a para que f sea continua en todo su dominio. Para ese valor de a, estudie la derivabilidad de f.

b) **(1.5 puntos)** Para $a = -2$, estudie la monotonía y curvatura de la función f. ¿Tiene algún punto de inflexión?

EJERCICIO 3

El 69 % de los habitantes de una determinada ciudad ven series, el 35 % películas y el 18 % no ven ni series ni películas. Se elige al azar un habitante de la ciudad.

a) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que vea series o películas.

b) **(1 punto)** Sabiendo que ve series, calcule la probabilidad de que vea películas.

c) **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que vea series y no vea películas?

EJERCICIO 4

Los directivos de una empresa desean estimar el tiempo medio que tardan los empleados en llegar al puesto de trabajo desde sus domicilios. Admitimos que dicho tiempo sigue una distribución Normal de desviación típica 8 minutos. Se elige al azar una muestra de 9 empleados de esa empresa, obteniéndose los siguientes resultados, expresados en minutos:

10 17 8 27 6 9 32 5 21

a) **(1.5 puntos)** Determine un intervalo de confianza al 92 % para la media poblacional.

b) **(1 punto)** Con una confianza del 95.5 %, ¿qué tamaño muestral mínimo sería necesario para estimar el tiempo medio con un error inferior a 1.5 minutos?

Curso 2018/2019 Septiembre

OPCION A

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 7 & -12 & 16 \\ -1 & 7 & 12 \end{pmatrix}$$

a) **(1 punto)** Justifique cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas:

1) $A \cdot A^t$ es una matriz simétrica.

2) $A \cdot A^t + B$ posee inversa.

b) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $B \cdot X + A = C$.

EJERCICIO 2

El coste de producción de un bien en una fábrica viene dado por $C(x) = 2(2x-1)^2 + 1$, con $0 \le x \le 2$, donde x es la cantidad producida en millones de kilogramos.

a) **(1 punto)** Estudie el crecimiento y decrecimiento de la función $C(x)$.

b) **(0.75 puntos)** Determine la cantidad a producir para que el coste de producción sea mínimo. ¿Cuál es dicho coste?

c) **(0.75 puntos)** Realice un esbozo de la gráfica de la función $C(x)$.

EJERCICIO 3

Una marca de patinetes eléctricos fabrica tres modelos distintos A, B y C. El modelo A supone el 25 % de su producción, el B el 40 % y el resto de la producción corresponde al modelo C. Transcurridos tres meses desde su venta, se comprobó que el 15 % de patinetes del modelo A, el 10 % del B y el 12 % del C había presentado alguna avería. Se elige al azar un patinete de esta marca.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que dicho patinete haya presentado alguna avería.

b) **(0.5 puntos)** Si sabemos que el patinete elegido es del modelo A, ¿cuál es la probabilidad de que no haya presentado avería?

c) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que haya presentado avería o sea del modelo C.

EJERCICIO 4

Las puntuaciones obtenidas por los participantes en un concurso se distribuyen siguiendo una ley Normal de varianza 36 y media desconocida. Se toma una muestra aleatoria de 64 concursantes, cuya puntuación media es 35 puntos.

a) **(1.5 puntos)** Obtenga un intervalo, con un 92 % de confianza, para la puntuación media de los participantes en dicho concurso.

b) **(1 punto)** Calcule el tamaño mínimo de la muestra que se ha de tomar para estimar la puntuación media del total de concursantes, con un error inferior a 2 puntos y un nivel de confianza del 98 %.

Curso 2018/2019 Septiembre

OPCION B

EJERCICIO 1

Una empresa comercializa dos tipos de concentrado de café, A y B, que se obtienen a partir de tres tipos de grano: de Colombia, de Etiopía y de Costa Rica. Para elaborar 1 kg de concentrado A se necesitan 4.5 kg de grano de Colombia y 3 kg de grano de Etiopía. Por otra parte, se requieren 7.5 kg de grano de Colombia y 1.5 kg de grano de Costa Rica para elaborar 1 kg de concentrado B. Actualmente la empresa dispone de un máximo de 67.5 kg de grano de Colombia, 30 kg de grano de Etiopía y 9 kg de grano de Costa Rica. Además, se exige que el número de kilogramos de concentrado A producidos debe ser mayor o igual que la mitad de los kilogramos de concentrado B.

a) **(1.75 puntos)** Represente la región factible que describe el problema anterior y determine sus vértices.

b) **(0.25 puntos)** Indique de manera razonada si con las condiciones dadas sería posible producir 7 kg del concentrado A y 5 kg del concentrado B.

c) **(0.5 puntos)** Sabiendo que el beneficio obtenido por la venta de cada kilogramo de concentrado del tipo A es 2 euros y de cada kilogramo del tipo B es 4 euros, ¿cuántos kilogramos del tipo A y cuántos del tipo B se habrán de producir para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es ese beneficio?

EJERCICIO 2

De una cierta función f, sabemos que su función derivada es $f'(x) = 3x^2 - 3$.

a) **(1 punto)** Estudie los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f, y calcule la abscisa de sus extremos relativos.

b) **(0.75 puntos)** Determine la curvatura de f y halle la abscisa de su punto de inflexión.

c) **(0.75 puntos)** Calcule la función f, sabiendo que su gráfica pasa por el punto $(-1, 3)$.

EJERCICIO 3

De dos sucesos A y B de un mismo espacio muestral se sabe que:

$$P(A \cap B) = 0.2 \qquad P(A \cup B) = 0.4 \qquad P(A/B) = 0.8$$

a) **(1.2 puntos)** Calcule $P(B)$ y $P(A)$.

b) **(0.5 puntos)** ¿Son los sucesos A y B independientes? Razone la respuesta.

c) **(0.8 puntos)** Calcule $P(A^c \cup B^c)$.

EJERCICIO 4

Se quiere estimar la proporción de enfermos hospitalizados por causas relacionadas con el consumo de tabaco. Para ello se escoge aleatoriamente una muestra de 50 expedientes sanitarios de enfermos hospitalizados, resultando que el 22 % de ellos revelan que la enfermedad fue causada por el tabaco.

a) **(1.5 puntos)** Para un nivel de confianza del 92 %, calcule un intervalo de confianza para la proporción de enfermos hospitalizados por causas relacionadas con el consumo de tabaco.

b) **(1 punto)** Determine cuántos expedientes hay que elegir como mínimo para que, con el mismo nivel de confianza y la misma proporción muestral anteriores, el error que se cometa al estimar la proporción de los enfermos hospitalizados por causas debidas al tabaco sea inferior al 3 %.